

Übungen zur Einführung in die Topologie

Blatt 12

Aufgabe 1. Sei X ein topologischer Raum, der zusammenhängend und lokal wegzusammenhängend ist. Verifizieren Sie, dass X auch wegzusammenhängend sein muss.

Aufgabe 2. Seien $p : X \rightarrow B$ und $q : Y \rightarrow B$ zwei Überlagerungen eines Raumes B . Zeigen Sie, dass auch die Summe $X \amalg Y$ und das Faserprodukt

$$X \times_B Y = \{(x, y) \in X \times Y \mid p(x) = q(y)\},$$

versehen mit den offensichtlichen Projektionen, Überlagerungen von B sind.

Aufgabe 3. Sei $B = P^m \times P^n \times P^k$, wobei $m, n, k \geq 2$. Wie viele Isomorphieklassen von Überlagerungen $p : X \rightarrow B$ mit nichtleerem zusammenhängendem Totalraum gibt es?

Aufgabe 4. Sei B eine kompakte zusammenhängende nichtleere 2-Mannigfaltigkeit, die nicht homöomorph zu S^2 oder P^2 ist. Beweisen Sie, dass es unendlich viele Isomorphieklassen von Überlagerungen $p : X \rightarrow B$ mit nichtleerem zusammenhängendem Totalraum gibt.

Abgabe: Bis Montag, den 27.1. um 8:25 Uhr im Zettelkasten.