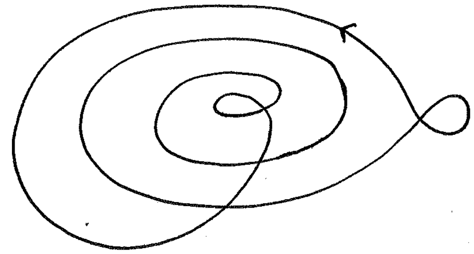
Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 13/14

Übungen zur Einführung in die Topologie

Blatt 8

Aufgabe 1. Sei $w : I \to \mathbb{C}$ die abgebildete Schleife. Zeichnen Sie die Windungszahlen $n(w, b)$ in die entsprechenden Zusammenhangskomponenten von $\mathbb{C} \smallsetminus w(I)$ an.



Aufgabe 2. Sei $f : X \to Y$ eine stetige Abbildung und

$$f_* : \pi_1(X, a) \longrightarrow \pi_1(Y, b), \quad b = f(a)$$

die induzierte Abbildung zwischen den Fundamentalgruppen. Beweisen oder widerlegen Sie:

(i) f injektiv impliziert f_* injektiv.

(ii) f surjektiv impliziert f_* surjektiv.

(iii) f hat stetiges Linksinverses impliziert f_* injektiv.

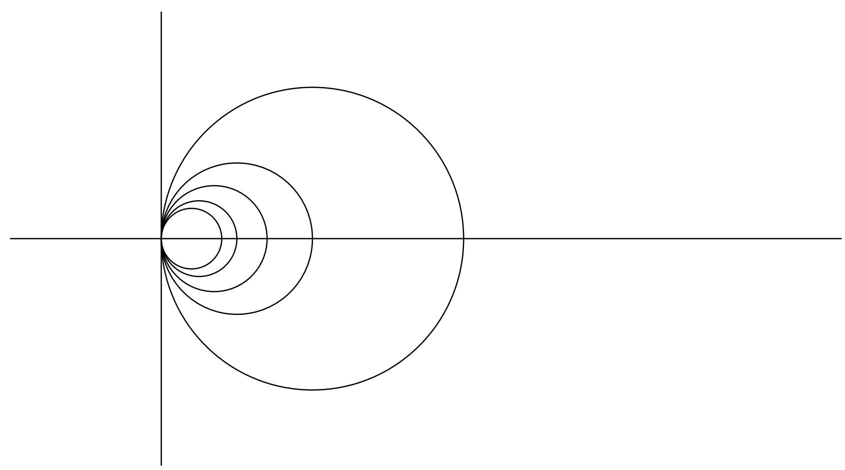
(iv) f hat stetiges Rechtsinverse impliziert f_* surjektiv.

Aufgabe 3. Sei X eine wegzusammenhängende Mannigfaltigkeit von Dimension $n \geq 2$. Sei $a \in X$ ein Fußpunkt und $U = X \smallsetminus \{b\}$ das Komplement eines weiteren Punktes $b \neq a$. Zeigen Sie, dass der von der Inklusion induzierte Homomorphismus

$$\pi_1(U, a) \longrightarrow \pi_1(X, a)$$

surjektiv ist.

Aufgabe 4. Sei $X_n \subset \mathbb{R}^2$ der Kreis um den Punkt $x_n = (1/n, 0)$ mit Radius $1/n$, und $X = \bigcup_{n \geq 1} X_n$ deren Vereinigung, versehen mit der Unterraumtopologie. Als Fußpunkt sei $a = (0, 0)$ gewählt. Beweisen Sie, dass die Fundamentalgruppe $\pi_1(X, a)$ nicht endlich erzeugt sein kann.



Abgabe: Bis Montag, den 16.12. um 8:25 Uhr im Zettelkasten.