Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 13/14

Übungen zur Einführung in die Topologie

Blatt 5

Aufgabe 1. Geben Sie zeichnerisch Triangulierungen der Sphäre S^2, des Torus T^2 und des projektiven Raums P^2 an.

Aufgabe 2. Verifizieren Sie, dass die geometrische Realisierung simplizialer Komplexe funktoriell ist: Seien $K = (V, S)$ und $K' = (V', S')$ zwei simpliziale Komplexe, und $f : V \to V'$ eine Abbildung so, dass für jeden Simplex $\sigma \subset V$ von K das Bild $f(\sigma) \subset V'$ eine Simplex von K' ist. Konstruieren Sie dazu eine stetige Abbildung

$$|f| : |K| \longrightarrow |K'|$$

derart, dass $|\operatorname{id}_V| = \operatorname{id}_{|K|}$ und $|f \circ g| = |f| \circ |g|$ gelten.

Aufgabe 3. Sei X eine nichtleere 1-Mannigfaltikeit, und $\varphi : X \to |K|$ eine Triangulierung, wobei $K = (V, S)$ ein endlich-dimensionaler simplizaler Komplex ist. Zeigen Sie, dass dann $\dim(K) = 1$ gelten muss, und dass jede Ecke $v \in V$ in genau zwei 1-Simplices $\sigma_1, \sigma_2 \in S$ enthalten ist.

Aufgabe 4. Sei $K = (V, S)$ ein endlicher simplizialer Komplex von Dimension $n = \dim(K)$. Beweisen Sie, dass die geometrische Realisierung $X = |K|$ homöomorph zu einem Unterraum des $\mathbb{R}^{2n+1}$ ist.

Abgabe: Bis Montag, den 25.11. um 8:25 Uhr im Zettelkasten.