Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

SS 11

Übungen zur Kommutativen Algebra & Geometrie

Blatt 10

Aufgabe 1. Verifizieren Sie, dass der Ring

$$R = \mathbb{C}[X,Y]/(X^2 - Y^3)$$

kein Dedekind-Ring ist.

Aufgabe 2. Sei R ein Dedekind-Ring und I ein invertierbarer R-Modul. Zeigen Sie, dass es einen invertierbaren R-Modul J mit

$$I \oplus J = R^{\oplus 2}$$

gibt. Ist dieser Modul eindeutig?

Aufgabe 3. Sei R ein integrer noetherscher Ring. Zeigen Sie, dass die folgenden Eigenschaften äquivalent sind:

(i) R ist ein Dedekind-Ring

(ii) R ist lokal ein Dedekind-Ring.

(iii) Für jedes maximale Ideal $\mathfrak{m} \subset R$ ist die Lokalisierung $R_\mathfrak{m}$ ein Hauptidealring.

Aufgabe 4. Sei R ein Dedekind-Ring, und P, P', Q drei endlich erzeugte projektive R-Moduln mit $Q \neq 0$. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

(i) Aus $P \oplus Q \simeq P' \oplus Q$ folgt $P \simeq P'$.

(ii) Aus $P \otimes Q \simeq P' \otimes Q$ folgt $P \simeq P'$.

Abgabe: Bis Montag, den 04.07.2011 um 8:30 Uhr im Zettelkasten.