Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

SS 11

Übungen zur Kommutativen Algebra & Geometrie

Blatt 9

Aufgabe 1. Sei T eine endliche abelsche Gruppe. Zeigen Sie, dass dann

$$T \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q} = 0.$$

Aufgabe 2. Berechnen Sie die abelsche Gruppe

$$\mathbb{Z}/24\mathbb{Z} \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Z}/20\mathbb{Z}.$$

Aufgabe 3. Sei R ein Ring, und M, N zwei R-Moduln, und $S \subset R$ ein multiplikatives System. Zeigen Sie, dass

$$S^{-1}(M \otimes_R N) = S^{-1}M \otimes_{S^{-1}R} S^{-1}N,$$

im Sinne einer kanonischen Identifizierung.

Aufgabe 4. Seien M, N zwei Moduln über einem lokalem Ring R. Zeigen Sie mit dem Nakayama-Lemma:

$$M \otimes_R N = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad M = 0 \text{ oder } N = 0.$$

Folgern Sie daraus, dass

$$\mathrm{Supp}(M \otimes_R N) = \mathrm{Supp}(M) \cap \mathrm{Supp}(N)$$

für endlich erzeugte Moduln über beliebigen Ringen R gilt.

Abgabe: Bis Montag, den 27.06.2011 um 8:30 Uhr im Zettelkasten.