Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer SS 11

Übungen zur Kommutativen Algebra & Geometrie

Blatt 8

Aufgabe 1. Sei R ein Ring, und

$$0 \longrightarrow F_n \longrightarrow \ldots \longrightarrow F_0 \longrightarrow P \longrightarrow 0$$

eine exakte Sequenz von endlich erzeugten R-Moduln, mit P projektiv und $F_0, \ldots, F_n$ frei. Zeigen Sie, dass dann

$$P \oplus R^{\oplus m} \simeq R^{\oplus n}$$

für gewisse $m, n \geq 0$ gelten muss.

Aufgabe 2. Verifizieren Sie, dass $P = \mathbb{Q}$ kein projektiver Modul über dem Ring $R = \mathbb{Z}$ ist.

Aufgabe 3. Sei R ein Ring, und P ein endlich erzeugter projektive R-Modul, und $F = \bigoplus_{n=0}^{\infty} R$ ein freier R-Modul vom unendlichen Rank. Beweisen Sie, dass dann

$$P \oplus F \simeq F$$

gelten muss.

Aufgabe 4. Sei R ein Ring, und I ein projektiver Modul mit

$$I \oplus R^{\oplus n} \simeq R^{\oplus n+1}.$$

Beweisen Sie mit Hilfe von äußeren Potenzen, dass dann $I \simeq R$.

Abgabe: Bis Montag, den 20.06.2011 um 8:30 Uhr im Zettelkasten.