Übungen p-adische Zahlen

Blatt 10

Aufgabe 1. Berechnen Sie die p-adischen Bewertungen

 $\nu_p(23!)$ und $\nu_p(100!)$

für p = 2, 3, 5, 7.

Aufgabe 2. Verifizieren Sie, daß die Reihe $\sum_{n\geq 0} (n! \cdot n)$ in \mathbb{C}_p konvergiert, und bestimmen Sie den Grenzwert.

Aufgabe 3. Sei $b_n \in \mathbb{C}_p$, $n \geq 0$ eine Folge und $\sigma \in S_\infty$ eine Permutation der natürlichen Zahlen. Beweisen Sie, daß die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ genau dann konvergiert, wenn die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} b_{\sigma(n)}$ konvergiert. Vergleichen Sie die Situation mit Reihen über den komplexen Zahlen \mathbb{C} .

Aufgabe 4. Sei $f = \sum_{n=0}^{\infty} \in \mathbb{C}_p[[X]]$ eine Potenzreihe mit Konvergenzradius $0 < \rho < \infty$. Zeigen Sie, daß f entweder für alle $x \in S_{\rho}(0)$ konvergiert, oder für alle $x \in S_{\rho}(0)$ divergiert. Vergleichen Sie die Situation mit Potenzreihen über den komplexen Zahlen \mathbb{C} .

Abgabe: Bis Montag den 18.01. um 11:00 Uhr in den Zettelkästen.