

## Übungen p-adische Zahlen

### Blatt 9

**Aufgabe 1.** Bestimmen Sie das Newton-Polygon von

$$f = 1 - p^{-1/2}X + X^3 + p^4X^4 \quad \text{und} \quad g = \prod_{i=1}^{p^2} (1 - X/i) \in \mathbb{C}_p[X].$$

**Aufgabe 2.** Sei  $f = a_nX^n + a_{n-1}X^{n-1} + \dots + a_0 \in \mathbb{Z}_p[X]$  ein *Eisenstein-Polynom*, das heißt

$$a_n \not\equiv 0 \pmod{p}, \quad a_0 \not\equiv 0 \pmod{p^2}, \quad a_0, \dots, a_{n-1} \equiv 0 \pmod{p}.$$

Wie sieht das Newton-Polygon von  $f$  aus?

**Aufgabe 3.** Sei  $f \in \mathbb{C}_p[X]$  ein Polynom mit  $f(0) \neq 0$ . Wie sieht das Newton-Polygon von  $f^2$  im Vergleich zum Newton-Polygon von  $f$  aus?

**Aufgabe 4.** Zeigen Sie, daß sich jedes  $a \in \mathbb{C}_p^\times$  schreiben läßt als ein Produkt  $x = \zeta \cdot p^r \cdot u$ , wobei  $\zeta$  eine Einheitswurzel, der Exponent  $r$  eine rationale Zahl, sowie  $u \in O_{\mathbb{C}_p}$  ein Element des Bewertungsrings mit  $u \equiv 1$  modulo  $\mathfrak{m}_{\mathbb{C}_p}$  ist.

**Abgabe:** Bis Montag den 21.12. um 11:00 Uhr in den Zettelkästen.