

Übungen p-adische Zahlen

Blatt 3

Aufgabe 1. Berechnen Sie die Legendre-Symbole

$$\left(\frac{113}{59}\right) \quad \text{und} \quad \left(\frac{17}{227}\right).$$

Aufgabe 2. Sei $p \neq 2$ eine ungerade Primzahl. Verifizieren Sie die folgenden beiden Aussagen:

(i) Der Körper \mathbb{Q}_p enthält $\sqrt{-1}$ genau dann, wenn $p \equiv 1$ modulo 4.

(ii) Der Körper \mathbb{Q}_p enthält $\sqrt{2}$ genau dann, wenn $p \equiv \pm 1$ modulo 8.

Aufgabe 3. Beweisen Sie, daß der Körper \mathbb{Q}_p , $p \neq 2$ der p -adischen Zahlen nicht in den Körper \mathbb{R} der reellen Zahlen eingebettet werden kann.

Aufgabe 4. Beweisen Sie, daß es p -adische Zahlen $a \in \mathbb{Q}_p$ gibt, die nicht Wurzeln von normierten Polynomen $F \in \mathbb{Q}[X]$ sind.

Abgabe: Bis Montag den 9.11. um 11:00 Uhr in den Zettelkästen.