Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

SS 07

Übungen zu Algebraische Geometrie II

Blatt 6

Aufgabe 1.* Sei C eine eigentliche Kurve ohne eingebettete Komponenten über einem Grundkörper, $\mathcal{I} \subset \mathcal{O}_C$ ein kohärentes Ideal, und $C' \subset C$ das zugehörige abgeschlossene Unterschema. Angenommen, C' ist auch eine Kurve ohne eingebettete Komponenten. Verifizieren Sie, daß die sogenannte *Adjunktionsformel*

$$\omega_{C'} = \mathcal{H}om_{\mathcal{O}_C}(\mathcal{O}_{C'}, \omega_C)$$

für die dualisierenden Garben gilt.

Aufgabe 2.* Sei C eine eigentliche Kurve über einem Grundkörper, sowie $C' \subset C$ ein abgeschlossenens Unterschema, und $\mathcal{L}'$ ein invertierbarer $\mathcal{O}_{C'}$-Modul. Zeigen Sie, daß es einen invertierbaren $\mathcal{O}_C$-Modul $\mathcal{L}$ gibt mit er Eigenschaft $\mathcal{L}|_{C'} \simeq \mathcal{L}'$.

Aufgabe 3. Sei C eine eigentliche Kurve über einem Grundkörper, und $C' \subset C$ ein abgegschlossenen Unterschema, das selber eine Kurve ist. Seien $p_a = h^1(\mathcal{O}_C)$ und $p'_a = h^1(\mathcal{O}_{C'})$ ihre arithmetischen Geschlechter. Zeigen Sie, daß dann $p'_a \leqslant p_a$ gilt.

Aufgabe 4. Sei X ein Schema, $\mathcal{L} \in \mathrm{Pic}(X)$ eine ample invertierbare Garbe, und $\{x_1, \ldots, x_n\} \subset X$ einen beliebige Teilmenge mit endlich vielen Elementen. Zeigen Sie, daß es ein $t \geq 1$ und einen Schnitt $f \in H^0(X, \mathcal{L}^{\otimes t})$ gibt so, daß $\{x_1, \ldots, x_n\} \subset X_f$ gilt.

Abgabe: Bis Dienstag, den 29.5. um 9:10 Uhr in den Zettelkästen.