Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

SS 07

Übungen zu Algebraische Geometrie II

Blatt 4

Aufgabe 1.* Sei X ein Schema, $\mathcal{L}$ eine ample invertierbare Garbe auf X, und $S = \bigoplus H^0(X, \mathcal{L}^{\otimes n})$ der zugehörige graduierte Ring. Sei $r : X \to \text{Proj}(S)$ die resultierende offene Einbettung. Beweisen Sie, daß die offenen Teilmenge $r(X) \subset \text{Proj}(S)$ dicht ist.

Aufgabe 2.* Sei $U \subset X$ ein quasikompaktes Unterschema eines affinen Schemas $X = \text{Spec}(R)$. Zeigen Sie, daß jeder quasikohärenter $\mathcal{O}_U$-Modul global erzeugt ist, und daß jedes $\mathcal{L} \in \text{Pic}(U)$ ampel ist.

Aufgabe 3. Sei X ein Schema, $\mathcal{L}$ eine ample invertierbare Garbe auf X. Sei nun $f \in H^0(X, \mathcal{L}^{\otimes n})$ ein beliebiger globaler Schnitt. Muß die Nichtverschwindungsmenge $X_f \subset X$ affin sein?

Aufgabe 4. Sei U ein quasikompaktes quasisepariertes Schema. Zeigen Sie, daß es eine offene Einbettung $U \subset X$ in ein affines Schema $X = \mathrm{Spec}(R)$ gibt genau dann, wenn die invertierbare Garbe $\mathcal{L} = \mathcal{O}_U$ ampel ist.

Bemerkung: Unterschemata von affinen Schemata bezeichnet man als *quasi-affine Schemata.*

Abgabe: Bis Montag, den 14.5. um 9:10 Uhr in den Zettelkästen.