Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

SS 07

Übungen zu Algebraische Geometrie II

Blatt 2

Aufgabe 1.* Sei X ein Schemata. Zeigen Sie, daß der Diagonalmorphismus

$$\Delta : X \to X \times X$$

affin ist genau dann, wenn für je zwei offen affine Teilmengen $U, V \subset X$ der Durchschnitt $U \cap V$ auch affin ist.

Aufgabe 2.* Sei $f : X \to Y$ ein affiner Morphismus von Schemata. Zur Einfachheit nehmen wir weiterhin an, daß die Diagonale $\Delta : Y \to Y \times Y$ affine ist. Zeigen Sie, daß für jede quasikohärente Garbe $\mathcal{F}$ auf X und jedes $r \geq 0$ die beiden Kohomologiegruppen

$$H^r(X, \mathcal{F}) \quad \text{und} \quad H^r(Y, f_*(\mathcal{F}))$$

isomorph sind.

Aufgabe 3. Sei $f : X \to Y$ ein affiner Morphismus, und $V \subset Y$ eine offene Teilmenge. Benutzen Sie lediglich die Definition von affinen Morphismen, um zu zeigen, daß auch der induzierte Morphismus $f^{-1}(V) \to V$ affin ist.

Aufgabe 4. Sei R ein integrer Ring, und $R \subset A$ seine Normalisierung. Das *Führerideal* (engl.: *conductor ideal*) $\mathfrak{c} \subset R$ ist dann definiert als das Annulatorideal des R-Moduls A/R, also

$$\mathfrak{c} = \{f \in R \mid fA \subset R\}.$$

Zeigen Sie, daß das Führerideal $\mathfrak{c} \subset R$ nicht nur in R, sondern auch in A ein Ideal ist, und daß es sich daber um das größte Ideal mit dieser Eigenschaft handelt.

Abgabe: Bis Montag, den 23.4. um 9:10 Uhr in den Zettelkästen.