Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Axel Grünrock
Jakob Nowicki-Koth M.Sc.

9	10	11	12	Σ

ÜBUNGEN ZUR ANALYSIS II
BLATT 03

Name: ..... Name: ..... Rückgabe in Gruppe:

MatrNr: ..... MatrNr: ....

Aufgabe 9 (4 Punkte) Zeigen Sie, dass durch $\|x\|_1 := \sum_{i=1}^{n} |x_i|$ und $\|x\|_\infty := \max_{i=1}^{n} |x_i|$ Normen auf $\mathbb{K}^n$ definiert werden.

Aufgabe 10 (4 Punkte) Für $p \in [1, \infty]$ seien die in der Vorlesung definierten p-Normen auf $\mathbb{K}^n$ mit $\|\cdot\|_p$ bezeichnet.

(a) Zeigen Sie, dass alle p-Normen äquivalent sind.
(b) Folgern Sie, dass für jedes $x \in \mathbb{K}^n$

$$\lim_{\substack{p \to \infty \\ p \geq 1}} \|x\|_p = \|x\|_\infty$$

richtig ist.

Aufgabe 11 (4 Punkte) Für jedes $p \in [1, \infty)$ wird duch die Setzung

$$\|f\|_p := \left(\int_{-1}^{1} |f(x)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}}, \qquad f \in C([-1, 1], \mathbb{C})$$

eine Norm auf $C([-1, 1], \mathbb{C})$ definiert. Zeigen Sie, dass $(C([-1, 1], \mathbb{C}), \|\cdot\|_p)$ für kein $p \in [1, \infty)$ vollständig ist.

Aufgabe 12 (4 Punkte) Bestimmen Sie ∂M, $\overline{M}$ und M° für die Teilmenge

$$M := \{(x, \cos(\frac{1}{x})) \mid 0 < x < \frac{1}{\pi}\}$$

des $\mathbb{R}^2$, der mit der euklidischen Norm ausgestattet sei. Begründen Sie Ihre Ergebnisse sorgfältig!

Abgabe: in die entsprechenden Briefkästen bis Di., 03.11.2026, 12.25 Uhr
Besprechung: am Mi., 11.11.2026, und am Do., 12.11.2026, in den Übungen