# Übungen zu Globaler Analysis III

(SoSe 2026)

## 10. Übungsblatt (19.6.2026)

Abgabe der Lösungen nächsten Freitag, 26.6.2026, bis 10:30 in der Vorlesung.

**Übung 10.1.** *Sei $T$ der Torus der Diagonalmatrizen in $\mathbf{SU}(2)$.*

a) *Bestimmen Sie die Gewichte der Darstellung auf $H^0(\mathbf{P}^1\mathbf{C}, \mathcal{O}(k))$ für $k \geq 0$ mit Hilfe der Weyl-Charakterformel.*

b) *Sei $V^q$ der Vektorraum der homogenen Polynome vom Grad $q \in \mathbf{N}_0$ in zwei Variablen $s, t$ mit der Operation*

$$\begin{array}{rcl} \mathbf{SU}(2) \times V^q & \to & V^q \\ \left( \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, P(s,t) \right) & \mapsto & P(as + ct, bs + dt) \end{array}$$

*bzw. $(A \cdot P)(s,t) := P\big((s,t) \cdot A\big)$. Bestimmen Sie die Gewichte dieser $\mathbf{SU}(2)$-Darstellung (vgl. auch [Buch, Beisp. 1.6.20, Übung 1.6.32]).*

*(25+25 Punkte)*

**Übung 10.2.** *Bestimmen Sie für $M = S^1$ der Länge $r$ und den de-Rham-Laplaceoperator $\Delta$ die Zetafunktion*

$$Z(s) := \sum_{q=0}^{\dim M} (-1)^{q+1} q \operatorname{Tr} (\Delta_{|(\ker \Delta)^\perp})^{-s}$$

*für $s >> 0$.* *(25 Punkte)*

**Übung 10.3.** *Sei $(V^\bullet, d)$ der Komplex*

$$0 \to \mathbf{C}^2 \xrightarrow{d_0} \mathbf{C}^2 \xrightarrow{d_1} \mathbf{C} \to 0$$

*mit den Standard-Skalarprodukten auf $\mathbf{C}^n$ und $d_0 = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{smallmatrix}\right)$, $d_1 = (2, -1)$. Berechnen Sie den Isomorphismus $\det V^\bullet \cong \det H^\bullet$ zu $d$ und die Metriken $\| \cdot \|^2_{L^2}$, $\| \cdot \|^2_Q$.* *(25 Punkte)*

*(insges. 100 Punkte)*

Sie finden die Aufgabenblätter auch unter
`http://reh.math.uni-duesseldorf.de/~koehler/Lehre/2026/Vorlesung.html`