Übungen zur Analysis I
(WS 2026/27)
5. Übungsblatt (24.11.2026)

Abgabe der Lösungen bis nächsten Dienstag, 1.12.2026, 10:30 in der Vorlesung.

Übung 5.1. *Zeigen Sie für alle* $n \in \mathbf{Z}^+$

$$2\sqrt{n+1} - 2 < \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{k}} \leq 2\sqrt{n} - 1 \ .$$

(25 Punkte)

Übung 5.2. *Zeigen Sie für alle* $k \in \mathbf{N}_0, x \in \mathbf{C}$

$$\binom{2k}{k} = (-4)^k \binom{-1/2}{k}, \quad \binom{-x}{k} = (-1)^k \binom{x+k-1}{k}.$$

(15+15 Punkte)

Übung 5.3. *Zeigen Sie für alle* $n \in \mathbf{N}_0, x \in \mathbf{C}$

$$\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{x}{k} = (-1)^n \binom{x-1}{n}.$$

(20 Punkte)

Übung 5.4. *Zeigen Sie für* $n \in \mathbf{N}_0$, $x_1, \ldots, x_n \in [0,1]$, *dass*

$$\prod_{k=1}^{n} (1 - x_k) \geq 1 - \sum_{k=1}^{n} x_k.$$

(25 Punkte)

(insges. 100 Punkte)