

Topologie I, WiSe 25/26

Blatt 12

Aufgabe 1 (5 Punkte):

Nutzen Sie die Euler-Charakteristik um zu zeigen, dass es genau dann eine Überlagerung $p: \Sigma_g \rightarrow \Sigma_{g'}$ gibt, falls eine positive ganze Zahl n existiert mit $g = n(g' - 1) + 1$.

Aufgabe 2 (5 Punkte):

Sei G eine endliche Gruppe, die frei und zellulär auf einem endlichen CW-Komplex X wirkt.

- (i) Zeigen Sie, dass die Ordnung von G die Euler-Charakteristik $\chi(X)$ teilt.
- (ii) Schließen Sie erneut für $n \geq 0$, dass nur die triviale Gruppe und $\mathbb{Z}/2$ frei auf S^{2n} wirken.
- (iii) Konstruieren Sie für alle $n, m \geq 0$ eine freie Wirkung von $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ auf S^{2n+1} .

Aufgabe 3 (5 Punkte):

Sei X ein endlicher CW-Komplex, sodass $\chi(X)$ und $\chi(SX)$ positiv sind. Zeigen Sie für alle $n \geq 0$, dass $\chi(S^n X) = 1$.

Aufgabe 4 (5 Punkte):

Zeigen Sie mithilfe der Euler-Charakteristik, dass der vollständige Graph K_5 mit fünf Knoten nicht planar ist.