

Topologie I, WiSe 25/26

Blatt 9

Aufgabe 1 (5 Punkte):

Entscheiden Sie für jedes positive ganzzahlige n , ob jede stetige Abbildung $\mathbb{RP}^n \rightarrow \mathbb{RP}^n$ einen Fixpunkt hat.

Aufgabe 2 (5 Punkte): Es habe $f: S^n \rightarrow S^n$ verschwindenden Abbildungsgrad. Zeigen Sie, dass es $x, y \in S^n$ gibt, sodass $f(x) = x$ und $f(y) = -y$. Folgern Sie, dass es zu jedem stetigen und nirgends verschwindenden Vektorfeld $\xi: D^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ einen Punkt auf dem Rand von D^n gibt, an dem ξ radial nach außen zeigt und einen weiteren Punkt, an dem ξ radial nach innen zeigt.

Aufgabe 3 (5 Punkte):

Sei n gerade. Zeigen Sie, dass die einzige nicht-triviale Gruppe, welche stetig und frei auf S^n wirken kann, die zyklische Gruppe von Ordnung 2 ist.

Aufgabe 4 (5 Punkte):

Sei (E_*, ∂_*) eine gewöhnliche Homologietheorie und sei (X, A) eine nichtleere Kofaserung mit Inklusion $i: A \rightarrow X$. Zeigen Sie, dass man die zugehörige lange exakte Folge in reduzierter Homologie auch aus der Mayer-Vietoris-Folge für das den Abbildungskegel Ci definierende Pushout herleiten kann.