

Topologie I, WiSe 22/23

Blatt 7

Aufgabe 1 (5 Punkte):

Zeigen Sie die Surjektivitätsaussage des 5er-Lemmas.

Aufgabe 2 (5 Punkte):

Finden Sie einen Unterraum A des Einheitsintervalls $X = [0, 1]$, sodass die singuläre Homologie mit $\mathbb{Z}$ -Koeffizienten $H_1(X, A)$ nicht mit $\tilde{H}_1(X/A)$ übereinstimmt.

Aufgabe 3 (5 Punkte):

Sei (H_*, ∂_*) eine Homologietheorie mit $H_0(\bullet) \cong M$ für einen nicht-trivialen R -Modul M . Sei A eine echte Teilmenge von S^n . Zeigen Sie, dass $H_n(S^n, A)$ nicht verschwindet.

Aufgabe 4 (5 Punkte):

Sei M eine n -Mannigfaltigkeit und sei $x \in M$. Berechnen Sie die singuläre Homologie mit $\mathbb{Z}$ -Koeffizienten $H_k(M, M \setminus \{x\})$ für $k \geq 0$. Folgern Sie, dass Mannigfaltigkeiten verschiedener Dimension nicht homöomorph sein können.