

Topologie I, WiSe 22/23

Blatt 12

Sie haben für die Bearbeitung dieses Blattes zwei Wochen Zeit. Zum Ausgabezeitpunkt werden Sie rein auf Basis der Vorlesung noch nicht die Aufgaben bearbeiten können, sondern erst eine grobe Woche später. Sie dürfen aber natürlich mit Hilfe von geeigneten Büchern bereits vorarbeiten und erhalten daher bereits jetzt diese Aufgaben. Ihre Korrektur erhalten Sie dann in der letzten Vorlesung am 02.02.23.

Aufgabe 1 (5 Punkte):

Nutzen Sie die Euler-Charakteristik um zu zeigen, dass es genau dann eine Überlagerung $p: \Sigma_g \rightarrow \Sigma_{g'}$ gibt, falls es eine positive ganze Zahl n mit $g = n(g' - 1) + 1$ gibt.

Aufgabe 2 (5 Punkte):

Statten Sie den 3-Torus T^3 mit einer CW-Struktur aus und berechnen Sie anschliessen seine zelluläre Homologie.

Aufgabe 3 (5 Punkte):

Sei X die Vereinigung von S^2 mit der Verbindungslinie zwischen dem Nord- und dem Südpol.

- (i) Statten Sie X mit der Struktur eines CW-Komplexes aus und berechnen Sie die zelluläre Homologie von X .
- (ii) Begründen Sie, dass X homotopieäquivalent zu $S^2 \vee S^1$ ist und berechnen Sie nun die zelluläre Homologie von X über die zelluläre Homologie von $S^2 \vee S^1$.

Aufgabe 4 (5 Punkte):

Die Narrenkappe X ist der topologische Raum, welcher aus einem 2-Simplex entsteht, indem man alle drei Seiten orientierungserhaltend miteinander identifiziert. Bestimmen Sie anhand obiger Beschreibung die zelluläre Homologie von X .