

SEMINAR: DIFFERENTIALTOPOLOGIE

Mittwochs 10:30 - 12:30 Uhr, Raum 25.22.03.73, beginnend mit dem 06.04.2022

EINLEITUNG

Die Differentialtopologie studiert Eigenschaften differenzierbarer Mannigfaltigkeiten, die sich unter Diffeomorphismen nicht ändern. Sie betrachtet differenzierbare Mannigfaltigkeiten von einem globalen Standpunkt. Grundlegende Konzepte wie der Tangentialraum, der Satz von Sard, der Abbildungsgrad und Bordismen stehen im Mittelpunkt des Seminars.

Als Höhepunkt des Seminars sei die Pontryagin–Thom-Konstruktion erwähnt, die Homotopieklassen von glatten Abbildungen $f: M \rightarrow S^p$ mit gerahmten Kobordismusklassen von Untermannigfaltigkeiten von M der Kodimension p identifiziert. Die Vorträge basieren überwiegend auf dem schlanken und eleganten Buch *Topology from the differentiable viewpoint* von John Milnor.

All seminar talks can be given either in German or English.

VORKENNTNISSE

Voraussetzung zur Teilnahme sind nur die Vorlesungen Lineare Algebra I und II, sowie Analysis I und II. Kenntnisse aus der Vorlesung *Einführung in die Topologie* sind hilfreich, werden aber explizit *nicht* vorausgesetzt.

EINORDNUNG IN DAS STUDIENPROGRAMM

Ich vergebe gerne auf Basis dieses Seminars Bachelorarbeiten. Wenn Sie planen, eine Masterarbeit im Themenbereich Topologie zu schreiben, empfehle ich, dass Sie im Anschluss an dieses Seminar beginnend mit dem Wintersemester 2022/23 meinen Masterzyklus “Topologie I und II” hören. Bitte teilen Sie mir in jedem Fall Ihr Interesse an einer Abschlussarbeit frühzeitig mit.

VORBESPRECHUNG UND VORTRAGSEINTEILUNG

Wenn Sie einen der ersten fünf Vorträge (deren Arbeitsaufwand erfahrungsgemäß etwas geringer ist) halten möchten, kontaktieren Sie mich bitte zeitnah per E-Mail, damit Sie genügend Vorbereitungszeit haben. Am **06.04.2022** findet eine Vorbesprechung statt, in der das Seminarprogramm kurz vorgestellt wird und die restlichen Vorträge aufgeteilt werden.

VORTRAGSPROGRAMM

Mannigfaltigkeiten.

20.04.: (1) DIFFERENZIERBARE MANNIGFALTIGKEITEN UND ABBILDUNGEN. (N.A.).
Glatte Mannigfaltigkeiten, Tangentialräume, Differentiale, Satz über inverse Funktionen, reguläre Werte. Der Abschnitt über den Fundamentalsatz der Algebra kann ausgelassen werden.

Literatur: [Mil65, §1]

Der Satz von Sard.

27.04.: (2) DER SATZ VON SARD. (N.A.).

Erklärung der Aussage und des Beweises.

Literatur: [Mil65, §3]

04.05.: (3) ANWENDUNGEN DES SATZES VON SARD. (N.A.).

Der Satz von Brown; Untermannigfaltigkeiten mit Rand; Der Fixpunktsatz von Brouwer.

Literatur: [Mil65, §2]

Der Abbildungsgrad.

11.05.: (4) DER ABBILDUNGSGRAD MODULO 2. (N.A.).

Glatte Homotopien und Isotopien; Existenz von genügend Diffeomorphismen; Der Grad mod 2 ist wohldefiniert.

Literatur: [Mil65, §4]

25.05.: (5) ORIENTIERTE UNTERMANNIGFALTIGKEITEN UND ABBILDUNGSGRAD. (N.A.).

Orientierbare Mannigfaltigkeiten; Der Grad von Brouwer; Theoreme A und B; Vektorfelder auf Sphären.

Literatur: [Mil65, §5]

Der Satz von Poincaré-Hopf.

01.06.: (6) VEKTORFELDER UND EULER-CHARAKTERISTIK, TEIL I. (N.A.).

Die Euler-Charakteristik; Der Index; Aussage von Poincaré-Hopf; Lemma 1-2-3.

Literatur: [Mil65, §6 bis Seite 36 unten.]

08.06.: (7) VEKTORFELDER UND EULER-CHARAKTERISTIK, TEIL II. (N.A.).

Der Beweis von Poincaré-Hopf; Berechnung der Euler-Charakteristik in Beispielen.

Literatur: [Mil65, §6 ab Seite 37]

Die Pontryaginkonstruktion.

15.06.: (8) GERAHMTER KOBORDISMUS UND PONTRYAGINKONSTRUKTION, TEIL I. (N.A.).

Rahmungen; Kobordismus; Produktumgebungen; Theorem A.

Literatur: [Mil65, §7, bis Mitte der Seite 47]

22.06.: (9) GERAHMTER KOBORDISMUS UND PONTRYAGINKONSTRUKTION, TEIL II. (N.A.).

Theoreme B und C; Das Theorem von Hopf.

Literatur: [Mil65, §7, ab Mitte der Seite 47]

Mannigfaltigkeiten und das Tangentialbündel intrinsisch.

29.06.: (10) DIE DREI DEFINITIONEN DES TANGENTIALBÜNDELS (N.A.).

Die algebraische, geometrische und physikalische Fassung des Tangentialraums. Äquivalenz der Definitionen.

Literatur: [Jän91, Abschnitte 2.2 und 2.3]

Kobordismus.

06.07.: (11) STIEFEL-WHITNEY- UND PONTRYAGIN-KLASSEN (N.A.).

Idee und Bedeutung der Stiefel-Whitney- und Pontryagin-Klassen.

Literatur: [Mil74]

13.07.: (12) EINFÜHRUNG IN KOBORDISMUS. (N.A.).

Eine Übersicht über Ideen und Methoden der Kobordismustheorie.

Literatur: [Mil62]

ABLAUF DES SEMINARS

Notwendig für die erfolgreiche Teilnahme sind:

- Ein 80-minütiger Vortrag; die verbleibenden 10 Minuten der Sitzung werden wir für die Diskussion verwenden.
- Regelmäßige Anwesenheit und aktive Teilnahme. (Stellen Sie bitte immer Fragen, wenn sie etwas nicht verstehen.)
- Suchen Sie mich bitte spätestens zwei Wochen vor Ihrem Vortrag auf, um etwaige Fragen zu klären und den Vortrag durchzusprechen. Den Stoff Ihres Vortrags sollten Sie bis dahin durchgearbeitet und durchdrungen haben. In den letzten beiden Wochen vor dem Vortrag geht es *nur noch* um letzte offengebliebene Fragen und die vortragstechnische Aufbereitung.

HINWEISE ZUR VORBEREITUNG UND ZUM HALTEN DES VORTRAGS

Lesen Sie sich in Ruhe die Hinweise von Professor Lehn aus Mainz durch:

tinyurl.com/2p85jbe5

- Beginnen Sie frühzeitig mit der Vorbereitung und nutzen Sie Sprechstunden und sonstige Betreuungsangebote. Dadurch vermeiden Sie Unklarheiten über die Kernaussagen, die Ihr Vortrag enthalten soll (Stichwort: Themaverfehlung).
- Berücksichtigen Sie bei der Vorbereitung, was in den Vorträgen vor bzw. nach Ihrem eigenen Vortrag vorgesehen ist – im Zweifel sollten Sie sich mit den anderen Vortragenden absprechen, damit es nicht zu Lücken, Inkonsistenzen oder Überschneidungen kommt.
- Machen Sie einen Probenvortrag (versuchen Sie irgendwo einen Raum mit Tafel dafür zu bekommen), um Sicherheit zu gewinnen.
- Die Klarheit von Definitionen und Begriffen hat höchste Priorität. Eine unverständliche Definition ist (noch) schlimmer als eine unverständliche Rechnung.
- Versuchen Sie immer den Kern und die Idee einer komplizierten Aussage auszudrücken, bevor Sie ins Detail gehen. Möglichst viele Beispiele machen den Vortrag verständlicher.

- Schreiben Sie lesbar und planen Sie Ihr Tafelbild vorher. Alle Definitionen müssen an der Tafel stehen. Sprechen Sie laut und deutlich.
- Das fachliche Beherrschen des Stoffs ist die Grundlage von allem. Ist diese aber gelegt, versuchen Sie auch einen Vortrag zu halten, dem man gerne zuhört. Kleben Sie nicht zu sehr an Ihrem Zettel. Zeigen Sie Elan. Haben Sie keine Angst vor Zwischenfragen, da Kommunikation mit dem Publikum einen Vortrag immer lebendiger macht. Machen Sie mal eine humorvolle Zwischenbemerkung... Lachen erhöht die Konzentration des Publikums.

LITERATUR

- [Mil74] John W. Milnor, *Characteristic Classes*, Princeton University Press, 1974.
[Mil62] John W. Milnor, *A survey of cobordism theory*, L'Enseignement Mathématique (1962).
[Mil65] John W. Milnor, *Topology from the differentiable viewpoint*, The University Press of Virginia, 1965.
[Jän91] Klaus Jänich, *Vektoranalysis*, Springer-Verlag, 1991.

KONTAKT:

Jun.-Prof. Dr. Holger Kammeyer, holger.kammeyer@hhu.de