

Wie üblich sind alle Antworten zu begründen/beweisen.

Bitte geben Sie an, welche Teilaufgaben Sie ganz gelöst / teilweise gelöst / gar nicht gelöst haben:

1 (a)	2 (a)	3 (a)

Aufgabe 1 (4 Punkte):

Seien $X_i \subseteq M^{n_i}$ definierbare Mengen für $i = 1, 2$ und sei $f: X_1 \rightarrow X_2$ eine definierbare Bijektion (nicht notwendigerweise stetig). Zeigen Sie, dass Triangulierungen $\tau_i: X_i \rightarrow M^{N_i}$ existieren, so dass f Simplizes von τ_1 auf Simplizes von τ_2 abbildet.

Hinweis: Zeigen Sie zunächst, dass f stückweise ein Homöomorphismus ist.

Aufgabe 2 (2 Punkte):

Sei $X \subseteq M^n$ definierbar und seien τ_1 und τ_2 zwei Triangulierungen von X . Zeigen Sie, dass dann eine gemeinsame Verfeinerung von τ_1 und τ_2 existiert, d. h. eine Triangulierung τ von X , so dass jeder Simplex von τ_1 und jeder Simplex von τ_2 eine Vereinigung von Simplizes von τ ist.

Aufgabe 3 (6 Punkte):

Wie viele verschiedene definierbare Homöomorphietypen gibt es unter den Mengen

$$X_{\underline{a}} = \{(x, y) \in M^2 \mid (x^2 + y^2 - a_1) \cdot ((x - 1)^2 + y^2 - a_2) \geq 0\}$$

für $\underline{a} \in M^2$?

Wenn für verschiedene $\underline{a}, \underline{a}'$ die Mengen $X_{\underline{a}}$ und $X_{\underline{a}'}$ definierbar homöomorph sind, brauchen Sie das nur kurz zu begründen. Wenn $X_{\underline{a}}$ und $X_{\underline{a}'}$ jedoch nicht definierbar homöomorph sind, sollten Sie ein präzises Argument dafür geben.

Hinweis: Wenn $X_{\underline{a}}$ und $X_{\underline{a}'}$ definierbar homöomorph sind, dann auch daraus konstruierte Teilmengen wie z. B. $X_{\underline{a}}^{\text{int}}$ und $X_{\underline{a}'}^{\text{int}}$.