

Bei der ersten Aufgabe erhalten Sie die Punkte nur, wenn die Lösung mathematisch sauber aufgeschrieben ist. Bei den restlichen Aufgaben erhalten Sie alle Punkte bereits für sinnvolles Bearbeiten.

Aufgabe 1 (4 Punkte für präzisen Aufschrieb):

Sei L ein lineares Gleichungssystem und seien $\underline{c} = (c_1, \dots, c_n)$, $\underline{d} = (d_1, \dots, d_n)$ und $\underline{e} = (e_1, \dots, e_n)$ drei Lösungen von L . Zeigen Sie, dass dann auch

$$(c_1 + d_1 - e_1, \dots, c_n + d_n - e_n)$$

eine Lösung von L ist.

Aufgabe 2 (5 Punkte für sinnvolle Bearbeitung):

Bestimmen Sie alle Lösungen des folgenden linearen Gleichungssystems:

$$\begin{aligned}x - 2y + z &= 4 \\x - 3y + z &= 3 \\2x + y - z &= 1\end{aligned}$$

Aufgabe 3 (2+3 Punkte für sinnvolle Bearbeitung):

Wir betrachten die Zahlen $a_1 = 4$, $a_2 = 3$, $a_3 = 5$, $a_4 = 2$ und $a_5 = 1$. Außerdem setzen wir $b_0 = a_1$ und $b_{n+1} = a_{b_n}$ für alle natürlichen Zahlen n .

- (a) Bestimmen Sie b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 und b_6 .
- (b) Bestimmen Sie $b_{123456789}$.

Aufgabe 4 (6 Punkte für sinnvolle Bearbeitung):

- (a) Gibt es lineare Gleichungen in einer Variable, die
 - (i) gar keine Lösungen haben?
 - (ii) genau eine Lösung haben?
 - (iii) genau zwei Lösungen haben?
 - (iv) unendlich viele Lösungen haben?

Wenn ja, geben Sie jeweils ein Beispiel an. Wenn nein, begründen Sie Ihre Antwort.

- (b) Beantworten Sie (a) nochmal für lineare Gleichungen in zwei Variablen.

Anmerkung: Man kann sich vielleicht drüber streiten, ob $0 \cdot x = 0$ eine lineare Gleichung in einer Variablen ist, da das x ja „nicht wirklich“ vorkommt. Schauen Sie deshalb nochmal in der Definition aus der Vorlesung nach, was dort steht.