

Darstellungen endlicher Gruppen – Blatt 5

Abgabe der Lösungen bis zum 08.12.2022 in der Übung

Aufgaben 5.1 und 5.2 sind schriftlich zu bearbeiten. Alle weiteren Informationen zu der Vorlesung finden Sie auf

http://reh.math.uni-duesseldorf.de/~internet/DarstEndlGruppen_WS2223/.

Aufgabe 5.1 (4 Punkte)

Sei G eine endliche Gruppe, und sei ϑ ein Charakter von G mit $\vartheta(g) = 0$ für alle $g \in G \setminus \{1\}$. Zeigen Sie: Dann ist $\vartheta = m \cdot \chi_{\text{reg}}$ ein Vielfaches des Charakters der regulären Darstellung, wobei weiter $m = \vartheta(1)/|G| \in \mathbb{N}_0$ gilt.

Aufgabe 5.2 (4 Punkte)

Sei $G = \text{Alt}(4)$ die alternierende Gruppe vom Grad 4.

(a) Bestimmen Sie die Konjugationsklassen von G ; geben Sie jeweils einen Vertreter und die Größe an. – Begründen Sie knapp Ihre Antwort.

(b) Bestimmen Sie alle irreduziblen Charaktere von G .

(*Hinweis.* Bestimmen Sie zunächst die 1-dimensionalen Darstellungen von G . Betrachten Sie alsdann die natürliche 4-dimensionale Darstellung der Permutationsgruppe G und zerlegen Sie diese in irreduzible Summanden.)