

Präsenzblatt 7

Präsenzaufgabe 7.1

Seien $(\Omega, \mathcal{A}, \mu)$ ein Maßraum, $\emptyset \neq A \in \mathcal{A}$, sowie $f : \Omega \rightarrow \bar{\mathbb{R}}$ messbar. Sei μ_A das Spur-Maß auf $(A, \mathcal{A}|_A)$ und sei $\hat{\mu}_A : \mathcal{A} \rightarrow [0, \infty]$ gegeben als $\hat{\mu}_A(B) := \mu(A \cap B)$ für $B \in \mathcal{A}$. Zeigen Sie:

a) $\hat{\mu}_A$ ist ein Maß auf (Ω, \mathcal{A}) .

b) Ist f μ -integrierbar, dann sind $f|_A$ μ_A -integrierbar und f $\hat{\mu}_A$ -integrierbar und es gilt:

$$\int_A f|_A d\mu_A = \int_{\Omega} f d\hat{\mu}_A = \int_A f d\mu.$$

Präsenzaufgabe 7.2

Seien $(\Omega, \mathcal{A}, \mu)$ ein Maßraum, (Ω', \mathcal{A}') ein Messraum und $h : \Omega \rightarrow \Omega'$ messbar. Zeigen Sie: Eine messbare numerische Funktion $f : \Omega' \rightarrow \bar{\mathbb{R}}$ ist genau dann μ^h -integrierbar, wenn $f \circ h$ μ -integrierbar ist, und in diesem Fall gilt:

$$\int_{\Omega'} f d\mu^h = \int_{\Omega} f \circ h d\mu.$$

Die Aufgaben werden in den Übungsgruppen am Mittwoch, den 29. November und Donnerstag, den 30. November 2023 bearbeitet.