

Präsenzblatt 1

Präsenzaufgabe 1.1

Seien $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$ und $\mathcal{E} = \{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}\} \subseteq \mathcal{P}(\Omega)$.

- i) Bestimmen Sie $\delta(\mathcal{E})$.
- ii) Geben Sie ein Dynkin-System $\mathcal{D} \subseteq \mathcal{P}(\Omega)$ an, das keine Algebra bzw. σ -Algebra ist.

Präsenzaufgabe 1.2

Seien Ω eine Menge und $\mathcal{A} = \{A \subseteq \Omega : A \text{ oder } A^c \text{ ist endlich}\} \subseteq \mathcal{P}(\Omega)$. Zeigen Sie:

- i) \mathcal{A} ist eine Algebra.
- ii) \mathcal{A} ist genau dann eine σ -Algebra, wenn Ω endlich ist.

Präsenzaufgabe 1.3

Sei $\mathcal{M}_5 := \{(-\infty, x] : x \in \mathbb{Q}^n\}$. Zeigen Sie, dass $\sigma(\mathcal{M}_5) = \mathcal{B}_n$.

Hinweis: Sie können verwenden, dass $\mathcal{B}_n = \sigma(\mathcal{M}_4)$; vgl. Lemma 2.12.

Bemerkung 2.2 (a) und Lemma 2.8 (5) können ebenfalls hilfreich sein.

Die Aufgaben werden in den Übungsgruppen am Mittwoch, den 18. Oktober und
Donnerstag, den 19. Oktober 2023 bearbeitet.