

Übungsblatt 11

Aufgabe 11.1 (3+3+3 Punkte)

Bestimmen Sie jeweils die allgemeinen Lösungen $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zu den folgenden Differentialgleichungen:

(i) $y'''' = y$.

(ii) $y'' - 4y' + 4y = 0$.

(iii) $y''' - 2y'' + 2y' - y = 0$.

Aufgabe 11.2 (3+3 Punkte)

Betrachten Sie die folgenden Differentialgleichungssysteme $y' = f_j(y)$, wobei $j \in \{1, 2, 3\}$ und jeweils $y = (y_1, y_2)^T \in \mathbb{R}^2$ für

$$f_1(y) = (y_1 + y_2, 2y_2)^T,$$

$$f_2(y) = (y_1 + y_2, -2y_2)^T,$$

$$f_3(y) = (y_2, -4y_1)^T.$$

- (i) Untersuchen Sie mit Hilfe von Satz 7.5 die Stabilität der Nullösung der Differentialgleichungssysteme.
- (ii) Bestimmen Sie die allgemeinen Lösungen der Differentialgleichungssysteme.

Aufgabe 11.3 (3 Punkte)

Sei $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ diagonalisierbar mit $\operatorname{Re} \lambda < 0$ für jeden Eigenwert λ von A . Zeigen Sie, dass $C \geq 1$ und $\beta > 0$ existieren, sodass

$$|\exp(tA)| \leq Ce^{-\beta t} \quad (t \geq 0).$$

Abgabe bis zum Dienstag, den 27. Juni 2023, 14.00 Uhr über das Ilias-System.
Die Besprechung der Aufgaben findet am Freitag, den 30. Juni 2023, um 14.30 Uhr im Tutorium
in Hörsaal 5K statt.