Analysis II
Prof. Dr. Jürgen Saal
Alexander Brück
Christian Gesse

Heinrich Heine Universität Düsseldorf

Sommersemester 2023

Übungsblatt 2

Aufgabe 2.1 (6 Punkte)

Zeigen Sie: Ist $x \in \mathbb{R}$, so gilt $\displaystyle\int_0^x \exp(x-t)t^n\,dt = n! \sum_{k=n+1}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$.

Aufgabe 2.2 (3+3 Punkte)
Sei $\alpha \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie:

(i) $\displaystyle\int_0^1 x^\alpha\,dx$ konvergiert $\Leftrightarrow \alpha > -1$, (ii) $\displaystyle\int_1^\infty x^\alpha\,dx$ konvergiert $\Leftrightarrow \alpha < -1$.

Aufgabe 2.3 (3+3 Punkte)
Beweisen Sie folgende Teile von Satz 6.40 der Vorlesung: Seien $f, g : [a, \beta) \to \mathbb{R}$ und $f \in R([a, b])$ für jedes $b \in [a, \beta)$.

(i) **Majoranten-Kriterium:** Ist $|f| \leq g$ auf $[a, \beta)$ und $\int_a^\beta g dx$ konvergent, dann konvergiert $\int_a^\beta f(x)dx$ absolut.

(ii) **Minoranten-Kriterium:** Ist $f \geq g \geq 0$ auf $[a, \beta)$ und $\int_a^\beta g dx$ divergent, dann divergiert auch $\int_a^\beta f(x)dx$.

Abgabe bis zum Dienstag, den 25. April 2023, 14.00 Uhr über das Ilias-System.
Die Besprechung der Aufgaben findet am Freitag, den 28. April 2023, um 14.30 Uhr im Tutorium in Hörsaal 5K statt.