Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine Universität
Düsseldorf
Apl. Prof. Dr. Axel Grünrock

SoSe 2021
10.06.2021
Blatt 7

ÜBUNGEN ZU MATHEMATIK FÜR WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLER II

1. (Hier wird auch die Rechnung bewertet.) Die Gesamtkosten zur Herstellung von x Einheiten eines Gutes seien

$$C(x) = ax^{\lambda} + bx + c \qquad (x > 0)$$

wobei a, b, c positive Konstanten und λ ein ebenfalls positiver Exponent sind. Zeigen Sie, dass für $\lambda > 1$ die Stückkostenfunktion

$$A(x) = \frac{C(x)}{x}$$

ein isoliertes globales Minimum besitzt, und bestimmen Sie dessen Lage x_{min} in Abhängigkeit von λ und den Koeffizienten. Hängt x_{min} von b ab? Was ändert sich, wenn man $0 < \lambda \leq 1$ voraussetzt?

2. (Hier werden nur die Ergebnisse bewertet.) Für $x \in \mathbb{R}$ sei $f(x) = xe^{-x^2}$.

(a) Berechnen Sie $f'(x)$ und $f''(x)$.

(b) Bestimmen Sie möglichst grosse Teilintervalle von $\mathbb{R}$, auf denen f monoton fällt bzw. steigt.

(c) Bestimmen Sie möglichst grosse Intervalle, auf denen f konvex bzw. konkav ist.

(d) Geben Sie an, in welchen Teilintervallen von $\mathbb{R}$ die Funktion f progressiv steigend, degressiv steigend, progressiv fallend bzw. degressiv fallend ist.

3. (Hier wird auch die Rechnung bewertet.) Ein nach oben offener Karton mit quadratischer Grundfläche soll bei einer vorgegebenen Oberfläche A ein möglichst großes Volumen besitzen. Wie müssen die Maße des Kartons (in Abhängigkeit von A) gewählt werden? Bestimmen Sie insbesondere auch den Quotienten $\frac{h}{a}$, wobei h die Höhe und a die Kantenlänge der Grundfläche des Kartons ist. Welches ist das maximale Volumen?

Bitte wenden!

4. (Multiple Choice) Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind. Hierbei sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ zweimal differenzierbar mit stetiger zweiter Ableitung. Wenn $f''(x) > 0$ ist für alle $x \in \mathbb{R}$, so besitzt f

(a) genau ein Extremum,

(b) höchstens ein Extremum,

(c) kein Maximum,

(d) kein Minimum.

Abgabe: 22.06.2021, bis 14.20 Uhr
Besprechung: 22./23.06.2021