Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine Universität
Düsseldorf
Apl. Prof. Dr. Axel Grünrock

SoSe 2021
27.05.2021
Blatt 5

ÜBUNGEN ZU MATHEMATIK FÜR WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLER II

1. (Hier werden nur die Ergebnisse korrigiert.) Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen mit Hilfe der Linearität der Ableitung, der Produkt- und der Quotientenregel. Vereinfachen Sie Ihre Ergebnisse so weit wie möglich.

(a) $f(x) = (7x^2 + 3x + 5)e^x$,

(b) $f(x) = \dfrac{3x^2 - x + 2}{x + 4}$,

(c) $f(x) = (x^2 + x + \sqrt{x})\ln(x)$,

(d) $f(x) = \log_{\mathrm{a}}(x) \quad \text{mit} \quad a > 0$.

2. (Hier werden auch die Rechnungen bewertet.) Zur Berechnung der Ableitungen der folgenden Funktionen benötigen Sie (zusätzlich) die Kettenregel. Auch hier sollten Sie Ihre Ergebnisse so weit wie möglich vereinfachen.

(a) $f(x) = \dfrac{e^{2x} + 1}{e^x - 1}$,

(b) $f(x) = \ln(\ln(1 + x^2))$,

(c) $f(x) = \cosh^2(x) - \sinh^2(x)$,

(d) $f(x) = 2^{(2^x)}$.

3. (Hier wird auch die Rechnung bewertet.) Für $x \in \mathbb{R}$ sei

$$f(x) = (x^2 + x + 1)\exp(-\frac{x^2}{2}).$$

Untersuchen Sie das Monotonieverhalten von f und bestimmen Sie $\sup_{x \in \mathbb{R}} f(x)$ sowie $\inf_{x \in \mathbb{R}} f(x)$. Handelt es sich hierbei um ein Maximum bzw. um ein Minimum?

Bitte wenden!

4. (Multiple Choice) Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind. Hierbei seien stets $\varepsilon_0 > 0$ und $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ differenzierbar.

(a) Gilt $f'(x) > 0$ für alle $x > 0$, so ist $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$.

(b) Gilt $f'(x) \geq \varepsilon_0$ für alle $x > 0$, so ist $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$.

(c) Gilt $f'(x) \geq \dfrac{\varepsilon_0}{x^2}$ für alle $x > 0$, so ist $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$.

(d) Gilt $f'(x) \geq \dfrac{\varepsilon_0}{x}$ für alle $x > 0$, so ist $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$.

Abgabe: 08.06.2021, bis 14.20 Uhr
Besprechung: 08./09.06.2021