Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine Universität
Düsseldorf
Apl. Prof. Dr. Axel Grünrock

SoSe 2021
20.05.2021
Blatt 4

ÜBUNGEN ZU
MATHEMATIK FÜR WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLER II

1. (Hier werden nur die Ergebnisse korrigiert.) Eine Konsumfunktion $C : (0, \infty) \to [0, \infty)$ beschreibt die Ausgaben (eines Haushaltes oder einer Gruppe von Haushalten) für den Konsum eines Produkts (oder einer Klasse von Produkten) in Abhängigkeit vom Einkommen $x > 0$. Der - gegebenenfalls uneigentliche - Grenzwert $\lim_{x\to\infty} C(x)$ wird in diesem Zusammenhang als *"Sättigungswert"* bezeichnet. Bestimmen Sie die Sättigungswerte und auch die Grenzwerte $\lim_{x\to 0} C(x)$ für die folgenden Konsumfunktionen:

(a) $C(x) = \dfrac{40x + 120}{x + 8}$,

(b) $C(x) = 60 \exp(-\dfrac{12}{x})$,

(c) $C(x) = \dfrac{210}{0,1 + 2\exp(-2x)}$,

(d) $C(x) = \dfrac{x|\ln(x)|}{30x + 5}$.

2. (Hier werden auch die Rechnungen/Begründungen bewertet.) Bestimmen Sie diejenigen Stellen $x \in \mathbb{R}$, an denen die nachstehenden Funktionen *nicht* definiert sind, und untersuchen Sie, ob man f an diesen Stellen so definieren kann, dass eine stetige Funktion $\tilde{f}$ auf ganz $\mathbb{R}$ entsteht:

(a) $f(x) = \dfrac{x^2 + 5x + 6}{x + 2}$,

(b) $f(x) = \dfrac{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}{(x-3)^2}$,

(c) $f(x) = \dfrac{1}{2 - \exp(-\frac{1}{x^2})}$,

(d) $f(x) = \exp(-\dfrac{1}{x})$.

Hinweis zu (b): Polynomdivision.

Bitte wenden!

3. (Hier wird auch die Rechnung bewertet.) Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$, indem Sie *nur* die Definition der Ableitung aber *keine* "Rechenregeln für Ableitungen" verwenden:

(a) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$,

(b) $f(x) = \sqrt[3]{x}$.

Hinweis zu (a): Dritte binomische Formel. Hinweis zu (b): Nach der geometrischen Summenformel ist $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$. Jetzt $a = \sqrt[3]{x+h}$ und $b = \sqrt[3]{x}$.

4. (Multiple Choice) Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind:

(a) Sind $f : I \to \mathbb{R}$ und $g : I \to \mathbb{R}$ konvex, so ist auch $f + g : I \to \mathbb{R}$ konvex.

(b) Sind $f : I \to \mathbb{R}$ und $g : I \to \mathbb{R}$ konvex, so ist auch $fg : I \to \mathbb{R}$ konvex.

(c) Sind $g : J \to I$ konvex und $f : I \to \mathbb{R}$ monoton steigend und konvex, so ist $f \circ g : J \to \mathbb{R}$ konvex.

(d) Sind $g : J \to I$ konvex und $f : I \to \mathbb{R}$ monoton steigend und konvex, so ist $f \circ g : J \to \mathbb{R}$ monoton steigend.

Abgabe: 01.06.2021, bis 14.20 Uhr
Besprechung: 01./02.06.2021