

ÜBUNGEN ZUR ANALYSIS II  
BLATT 13

Name: ..... Name: ..... Rückgabe in Gruppe:  
MatrNr: ..... MatrNr: .....

**Aufgabe 49 (4 Punkte)** Bestimmen Sie alle differenzierbaren Funktion  $y : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , sodass, für alle  $x \in (0, \infty)$ , der y-Achsen-Abschnitt der Tangente an den Punkt  $(x, y(x))$  gleich dem Abstand dieses Punktes zum Ursprung ist.

**Aufgabe 50 (3 Punkte)** Bestimmen Sie alle differenzierbaren Funktionen  $y : [0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ , für die der Mittelwert auf jedem Intervall  $[0, x]$  mit  $\sqrt{y(x)}$  übereinstimmt.

**Aufgabe 51 (2+2 Punkte)** Gegeben sei das inhomogene Differenzialgleichungssystem  $y' = Py + Q$ , wobei

$$P(x) = \begin{pmatrix} 2x & \cos(x) \\ 0 & 2x \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad Q(x) = \begin{pmatrix} x \\ e^{x^2} \end{pmatrix}.$$

- (a) Bestimmen Sie dasjenige Lösungsfundamentalsystem  $Y$  von  $y' = Py$ , für das  $Y(0) = E_2$  gilt. ( $E_2$  bezeichne hierbei die  $2 \times 2$ -Einheitsmatrix.)
- (b) Berechnen Sie diejenige Lösung des inhomogenen Systems  $y' = Py + Q$ , die der Anfangsbedingung  $y_p(0) = (0, 0)^T$  genügt.

**Aufgabe 52 (4 Punkte)** Betrachten Sie die inhomogene lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung

$$y'' = 6y' - 9y + e^{3x}.$$

- (a) Bestimmen Sie ein Lösungsfundamentalsystem der zugehörigen homogenen Differentialgleichung.
- (b) Berechnen Sie die Wronski-Determinante.
- (c) Geben Sie die Lösungsgesamtheit der inhomogenen Differentialgleichung an.