

**ÜBUNGEN ZUR ANALYSIS II  
 BLATT 2**

Name: ..... Name: ..... Rückgabe in Gruppe:  
 MatrNr: ..... MatrNr: .....

**Aufgabe 5 (4 Punkte)** Berechnen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale:

(a)  $\int_0^1 \ln(x) dx$       (b)  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$       (c)  $\int_0^\infty \frac{dx}{x^2+2x+2}$       (d)  $\int_{-\infty}^\infty \frac{dx}{x^4+2x^2+1}$

Hinweis: Machen Sie dabei in geeigneter Weise kenntlich, welches die problematischen Integralgrenzen sind! zu Teil (d): Partialbruchzerlegung.

**Aufgabe 6 (4 Punkte)** Untersuchen Sie, ob die nachstehenden uneigentlichen Integrale existieren:

(a)  $\int_{-\infty}^\infty \sin x \, dx$       (b)  $\int_0^\infty \frac{\sin x}{\sqrt{x}} \, dx$       (c)  $\int_0^\infty \sin(x^2) \, dx$       (d)  $\int_0^\infty \sin^2\left(\frac{1}{x}\right) dx$

Hinweis: In Teil (d) führt die Substitution  $t = \frac{1}{x}$  zum Ziel.

**Aufgabe 7 (2+2 Punkte)**

(a) Für welche Werte  $a, b \in \mathbb{R}$  existiert das uneigentliche Integral  $\int_{-\infty}^\infty ae^{b|x|} dx$ ?

(b) Berechnen Sie

$$\int_{-\infty}^\infty (1+|x|)e^{1-|x|} dx.$$

**Aufgabe 8 (2+2 Punkte)** Es bezeichne  $\phi_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  die Treppenfunktionen

$$\phi_n(x) = \begin{cases} n & 1 - \frac{1}{n} \leq x < 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}.$$

(a) Berechnen Sie die punktweise Grenzfunktion  $\phi(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \phi_n(x)$  und  $\int_0^1 \phi(x) dx$ .

(b) Berechnen Sie  $\int_0^1 \phi_n(x) dx$  und  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \phi_n(x) dx$ .

Zusatzfrage: Welche Erkenntnis ziehen sie aus diesen Überlegungen?

**Zusatzaufgabe (max. 4 Punkte)** Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale. Für jede richtige Antwort erhalten Sie einen Zusatzpunkt, bis zu einem Maximum von 4 Punkten.

(a)  $\int \frac{dx}{x+4\sqrt{x}+5}$       (b)  $\int \frac{dx}{\cos(x)}$       (c)  $\int e^{3x} \arctan(e^x) dx$       (d)  $\int x \arctan(x) dx$   
 (e)  $\int \sqrt{x} e^{\sqrt{x}} dx$       (f)  $\int 4^x 3^{2^x} dx$       (g)  $\int \frac{x + \sin(x)}{1 + \cos(x)} dx$       (h)  $\int \frac{3x^3 + 2x^2 + 1}{\sqrt[3]{x^3 + 1}} dx$

**Abgabe:** in den entsprechenden Briefkasten bis Di., 25.10.2022, 12.25 Uhr  
**Besprechung:** ab Mi., 02.11.2022 in den Übungen