

ÜBUNGEN ZUR ANALYSIS II  
BLATT 1

Name: ..... Name: ..... Rückgabe in Gruppe:  
MatrNr: ..... MatrNr: ..... .....

**Aufgabe 1 (4 Punkte, Leibniz-Kriterium für Integrale)** Es sei  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  eine stetig differenzierbare monoton fallende Funktion mit  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ . Zeigen Sie, dass  $\int_0^\infty f(x)e^{ix} dx$  als uneigentliches Riemann-Integral existiert.

**Aufgabe 2 (4 Punkte)** Es sei  $a \in \mathbb{R}$  ein Parameter. Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale durch (ggf. mehrfache) partielle Integration:

(a)  $\int \frac{x}{\cos^2(x)} dx$       (b)  $\int x^a \ln(x) dx$       (c)  $\int \exp(ax) \sin(x) dx$       (d)  $\int \arcsin x dx$

**Aufgabe 3 (4 Punkte)** Die folgenden Ausdrücke haben exakt die Gestalt  $f(\varphi(x)) \cdot \varphi'(x)$ . Geben Sie die zugehörigen Stammfunktionen an.

(a)  $\frac{2x}{1+x^4}$       (b)  $\frac{\tan^k(x)}{\cos^2(x)}, k \in \mathbb{Z}$       (c)  $\frac{1}{x \ln x}$       (d)  $\cot x$

Hinweis: In (b) ist der Fall  $k = -1$  gesondert zu behandeln.

**Aufgabe 4 (4 Punkte)** Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale durch geeignete Umformungen der Integranden:

(a)  $\int_2^3 \frac{x^3 + 1}{x^2 - 1} dx$       (b)  $\int_3^4 \frac{x - 3}{(x - 1)(x - 2)} dx$   
(c)  $\int_0^\pi \sin\left(\frac{x}{2}\right) \sqrt{1 + \cos(x)} dx$       (d)  $\int_0^\pi \sin^{2n+1}(x) dx, n \in \mathbb{N}_0$

Hinweis: In Teil (b) führt eine Partialbruchzerlegung zum Ziel, vgl. hierzu: Winfried Kabblo, Einführung in die Analysis I, Abschnitt 28.

**Abgabe:** in den entsprechenden Briefkasten bis Di., 18.10.2022, 12.25 Uhr  
**Besprechung:** ab Mi., 26.10.2022 in den Übungen