

ÜBUNGEN ZUR ANALYSIS II
BLATT 2

Name: Name: Rückgabe in Gruppe:
MatrNr: MatrNr:

Aufgabe 5 (4 Punkte) Berechnen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale.

(a) $\int_0^\infty \frac{1}{x^2 + 2x + 2} dx$ (b) $\int_0^1 \ln(x) dx$ (c) $\int_0^\infty \frac{x(e^{-x} - 1)}{e^x - 1} dx$ (d) $\int_0^\infty x^3 e^{-x} \sin(x) dx$

Aufgabe 6 (4 Punkte)

- (a) Für welche Werte $a, b \in \mathbb{R}$ existiert das uneigentliche Integral $\int_{-\infty}^\infty ae^{b|x|} dx$?
(b) Berechnen Sie

$$\int_{-\infty}^\infty (1 + |x|)e^{1-|x|} dx.$$

Aufgabe 7 (4 Punkte) Untersuchen Sie, ob die folgenden uneigentlichen Integrale existieren.

(a) $\int_{-\infty}^\infty \cos(x) dx$ (b) $\int_{-\infty}^\infty \cos(x^2) dx$ (c) $\int_0^\infty \sin^2\left(\frac{1}{x}\right) dx$ (d) $\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$

Aufgabe 8 (4 Punkte) Es sei $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$ eine Abzählung der rationalen Zahlen. Zeigen Sie mit Hilfe der ϵ - δ -Definition von Stetigkeit, dass

- (a) die Funktion f stetig in jedem Punkt ist und (b) die Umkehrfunktion f^{-1} nicht stetig ist.