

ÜBUNGEN ZUR ANALYSIS II
BLATT 1

Name: Name: Rückgabe in Gruppe:
MatrNr: MatrNr:

Aufgabe 1 (4 Punkte) Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale.

(a) $\int_0^2 (x-1)^2 dx$ (b) $\int_0^2 x^2 \exp(x) dx$ (c) $\int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln x} dx$ (d) $\int_0^{\sqrt{\pi}} x \sin(x^2) dx$

Aufgabe 2 (4 Punkte) Berechnen Sie für $k \in \mathbb{Z}$ und geeignete $x \in \mathbb{R}$ die folgenden unbestimmten Integrale.

(a) $\int \sqrt{4x-3} dx$ (b) $\int \frac{1}{\sqrt{4x-3}} dx$ (c) $\int \frac{\tan^k(x)}{\cos^2(x)} dx$ (d) $\int \arcsin(x) dx$

Aufgabe 3 (4 Punkte) Die Heaviside-Funktion $H : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ist definiert durch

$$H(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } x \geq 0 \\ 0 & \text{für } x < 0 \end{cases}.$$

Wir definieren

$$F(x) = \int_0^x H(t) dt.$$

Zeigen Sie, dass F nicht überall differenzierbar ist.

Aufgabe 4 (4 Punkte) Es bezeichne $\phi_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ die Treppenfunktionen

$$\phi_n(x) = \begin{cases} n & 1 - \frac{1}{n} \leq x < 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}.$$

- (a) Berechnen Sie die punktweise Grenzfunktion $\phi(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \phi_n(x)$ und $\int_0^1 \phi(x) dx$.
(b) Berechnen Sie $\int_0^1 \phi_n(x) dx$ und $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \phi_n(x) dx$.

Zusatzfrage: Welche Erkenntnis ziehen sie aus diesen Überlegungen?