Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Axel Grünrock
Joseph Adams M.Sc.

1	2	3	4	Σ

Übungen zur Analysis I
Blatt 2

Name: .... Name: .... Rückgabe in Gruppe:

MatrNr: .... MatrNr: ....

Aufgabe 5 (4 Punkte) Es seien $f : X \to Y$ eine Abbildung und $A, B \subset X$ sowie $V, W \subset Y$ Mengen. Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen im Allgemeinen korrekt sind und beweisen Sie Ihre Behauptung:

(a) Aus $A \subset B$ folgt ebenfalls $f(A) \subset f(B)$.

(b) Aus $f(A) = f(B)$ folgt bereits $A = B$.

(c) Es gilt $f(X) \setminus f(A) \subset f(A^c)$.

(d) Aus $f^{-1}(V) \subset f^{-1}(W)$ folgt $V \subset W$.

Aufgabe 6 (4 Punkte) Beweisen Sie durch vollständige Induktion:

(a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(b) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

Zusatz zu Teil (a): Wie groß ist die Anzahl *aller* Quadrate auf einem Schachbrett?

Aufgabe 7 (4 Punkte) Welche der nachstehenden Formeln für das Summen- bzw. Produktzeichen sind stets richtig, welche im Allgemeinen falsch? Beweisen oder widerlegen Sie!

(a) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} a_k b_k = \sum_{k=0}^{n} a_{n-k} b_k$

(b) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} a_{n-k} b_k = \sum_{k=0}^{n} a_k b_{n-k}$

(c) $\displaystyle\prod_{k=0}^{n} a_k b_k = \prod_{k=0}^{n} a_{n-k} b_k$

(d) $\displaystyle\prod_{k=0}^{n} a_{n-k} b_k = \prod_{k=0}^{n} a_k b_{n-k}$

(e) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} a_k b_k = \Big(\sum_{k=0}^{n} a_k\Big)\Big(\sum_{k=0}^{n} b_k\Big)$

(f) $\displaystyle\prod_{k=0}^{n} a_k b_k = \Big(\prod_{k=0}^{n} a_k\Big)\Big(\prod_{k=0}^{n} b_k\Big)$

(g) $\displaystyle\sum_{k=m}^{n} a_k - a_{k+l} = \sum_{k=m}^{m+l-1} a_k - \sum_{k=n+1}^{n+l} a_k$

Aufgabe 8 (4 Punkte) Stellen Sie die folgenden komplexen Zahlen in algebraischer Form, d. h. als $z = a + ib$ mit $a, b \in \mathbb{R}$, dar.

(a) $(3 - i)^4$

(b) $\dfrac{1}{(1-i)^2}$

(c) $\dfrac{3+2i}{2-i} - \dfrac{i}{1+3i}$

(d) $(-i)^k$ für $k \in \mathbb{Z}$

Abgabe: in den entsprechenden Briefkasten bis Di., 31.10.2023, 10.25 Uhr
Besprechung: ab Di., 07.11.2023 in den Übungen