Heinrich-Heine-Universität
Marcus Zibrowius
Peter Arndt

Wintersemester 2018/19
09.10.2018

Spezielle Themen der Algebra/Geometrie
Blatt 1

---

1 | Charaktäre

In dieser Aufgabe wird Satz 1.5 der Vorlesung bewiesen.

(a) Sei $C_\bullet$ ein Komplex von abelschen Gruppen oder Vektorräumen derart, dass $\bigoplus_d C_d$ endlich-erzeugt bzw. endlich-dimensional ist. Dann ist die Eulercharakteristik von $C_\bullet$ definiert als $\chi(C_\bullet) := \sum_d (-1)^d \mathrm{rank}(C_d)$ bzw. $\chi(C_\bullet) := \sum_d (-1)^d \dim_k(C_d)$. In beiden Fällen ist die Eulercharakteristik des Komplexes gleich der Eulercharakteristik seiner Homologie:

$$\chi(C_\bullet) = \chi(H_\bullet(C_\bullet))$$

(b) Für einen endlichen Zellkomplex X mit jeweils h_d Zellen in Dimension d gilt:

$$\chi(X) = \textstyle\sum_d (-1)^d h_d.$$

(c) Für einen beliebigen topologischen Raum X, dessen Homologie $\bigoplus_d H_d(X;\mathbb{Z})$ endlich-erzeugt ist, und für jeden beliebigen Körper k, ist

$$\chi(X) = \textstyle\sum_d (-1)^d \dim_k H_d(X;k).$$

2 | Ausmultipliziert

Für einen zusammenhängenden punktierten Raum Y ist das $\cup$-Produkt auf $\widetilde{H}^*(\Sigma Y;R)$ trivial, für beliebige kommutative Koeffizientenringe R.

Abgabefrist: 16.10.2018 vor Beginn der Vorlesung