Heinrich-Heine-Universität
Marcus Zibrowius
Tobias Hemmert

Sommersemester 2018
23.05.2018

Topologie II
Blatt 7

---

25 | Kettentüv

Der simpliziale Kettenkomplex und auch der singuläre Kettenkomplex sind tatsächlich Komplexe: in beiden gilt $d^2 = 0$.

(Sätze, die die genannten Kettenkomplexe auf zelluläre Kettenkomplexe zurückführen, sind in dieser Aufgabe nicht als Teil einer Lösung zugelassen.)

26 | Passkontrolle

Die folgenden Räume X und Y begegnen uns mit originellen Geschichten über eine bewegte Vergangenheit. Trotzdem sind wir uns nicht sicher: Haben wir diese Räume nicht schon einmal gesehen? Welche Homologie haben sie?

(a) X erblickte als ausgefülltes Sechseck das Licht der Welt. Er litt aber schon früh an einer Krümmungsstörung, so dass sich schließlich alle jeweils einander gegenüberliegenden Seiten berührten. Sie sind heute zu nur drei „Seiten“ verschmolzen.

(b) Y war einst ein ausgefülltes Dreieck, deren Seiten so orientiert waren, dass man sie vollständig umrunden konnte ohne gegen die StVO zu verstoßen. Im Laufe ihres Lebens verschmolzen zunächst die drei Ecken. Inzwischen sind auch alle drei Seiten zu einer einzigen orientieren „Seite“ verschmolzen.

27 | Fressen oder gefressen werden

Jede Abbildung $S^1 \times S^1 \leftarrow S^2$ ist homotop zu einer konstanten Abbildung. Umgekehrt gibt es aber Abbildungen $S^1 \times S^1 \to S^2$, die nicht homotop zu einer konstanten Abbildung sind. Dies gilt zum Beispiel für die Quotientenabbildung, die wir erhalten, indem wir einen Teilraum $S^1 \vee S^1$ in $S^1 \times S^1$ zu einem Punkt zusammenschlagen.

28 | Simplizissimus

Sei $\mathcal{S}ets$ die Kategorie der Mengen. Sei Δ die folgende Kategorie. Objekte von Δ sind die geordneten Mengen $[n] := (\{0, \ldots, n\}, \leq)$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$. Morphismen in Δ sind die ordnungserhaltenden Abbildungen. Eine simpliziale Menge ist ein Funktor $\Delta^{\mathrm{op}} \to \mathcal{S}ets$. Diese Definition stimmt mit der in der Vorlesung gegebenen überein.

Abgabefrist: 30.05.2018, 10:30 Uhr. Bitte werfen Sie Ihre Lösungen in Briefkasten 161 ein.