Heinrich-Heine-Universität
Marcus Zibrowius
Tobias Hemmert

Sommersemester 2018
16.05.2018

Topologie II
Blatt 6

---

21 | Kleinster gemeinsamer Mischmasch

Die Kommutatoruntergruppe $[G,G]$ einer beliebigen Gruppe ist eine normale Untergruppe. Insbesondere ist der in der Vorlesung betrachtete Quotient $G/[G,G]$ tatsächlich eine Gruppe. Ferner ist $[G,G]$ unter allen normalen Untergruppen $N \lhd G$ die kleinste Untergruppe, für die der Quotient G/N abelsch ist: jede andere solche Untergruppe enthält notwendigerweise $[G,G]$.

Aus alledem folgt: die Quotientenabbildung $G \twoheadrightarrow G/[G,G]$ ist eine Abelinisierung.

22 | Lange egale Sequenz ...

Die Homologiegruppen des Homotopieegalisators $E_{f,g}$ aus Aufgabe 19 bilden mit den Homologiegruppen von X und Y eine lange exakte Sequenz wie folgt:

$$\cdots \to H_n(X) \xrightarrow{f_*-g_*} H_n(Y) \to H_n(E_{f,g}) \to H_{n-1}(X) \to \cdots .$$

23 | Abbildungstorus

Sei f eine Selbstabbildung von X. Der Homotopieegalisator von $f, \mathrm{id}_X \colon X \rightrightarrows X$ heißt Abbildungstorus von f. Welche Homologien haben die Abbildungstori der folgenden Abbildungen?

(a) die Identität $S^1 \to S^1$

(b) eine Spiegelung $S^1 \to S^1$

(c) eine Abbildung $S^1 \to S^1$ vom Grad 2

(d) die Identität $S^2 \to S^2$

(e) eine Spiegelung $S^2 \to S^2$

(f) eine Abbildung $S^2 \to S^2$ vom Grad 2

24 | Polynomfortsatz

Eine komplexes Polynom $f \in \mathbb{C}[x]$ definiert eine stetige Abbildung $\mathbb{C} \to \mathbb{C}$, die sich zu einer stetigen Abbildung $\hat{f} \colon \mathbb{C}P^1 \to \mathbb{C}P^1$ fortsetzen lässt. Da $\mathbb{C}P^1$ homöomorph zu S^2 ist, können wir $\hat{f}$ als Selbstabbildung von S^2 interpretieren (siehe Aufgabe 29 der Topologie I). Für welche f ist der Grad dieser Selbstabbildung gerade, für welche ungerade?

★ Polynomfortsatz (Fortsetzung)

Genauer gefragt: Welchen Grad hat die Abbildung $\hat{f}$ aus der vorherigen Aufgabe?

Abgabefrist: 23.05.2018, 10:30 Uhr. Bitte werfen Sie Ihre Lösungen in Briefkasten 161 ein.