

Topologie II

Blatt 1

1 | Hotspots

Es gibt auf dem Äquator stets zwei sich gegenüberliegende Punkte, an denen gleich guter WLAN-Empfang besteht.

2 | Pipifax

Für $n > 1$ ist $\mathbb{R}P^n$ kein Retrakt eines Produkts von Sphären.

3 | Rotationshypersphäre

Die spezielle orthogonale Gruppe $SO(3)$ ist die Untergruppe von $GL_3(\mathbb{R})$, die gegeben ist durch alle 3×3 -Matrizen A mit Determinante 1 und der Eigenschaft ${}^tA \cdot A = \mathbb{1}_3$. (Das Produkt der transponierten Matrix mit der Matrix selbst ist die Einheitsmatrix.) Sie ist als topologischer Raum homöomorph zu $\mathbb{R}P^3$.

4 | Verrenkungen

Inge Nieur hat einen Roboterarm entwickelt, der ein vorgegebenes Objekt im drei-dimensionalen Raum rotieren und so in jede beliebige Ausrichtung bringen kann. Nur steuern kann man den Arm noch nicht. Idealerweise würde Inge eine Steuerung über Drehknöpfe vorschweben, die folgenden beiden Bedingungen genügt:

- (1) Jeder möglichen Ausrichtung des Objekts entspricht genau eine Stellung der Drehknöpfe.
- (2) Kleine Drehungen der Knöpfe führen stets nur zu kleinen Änderungen in der Ausrichtung des Objekts.

Lässt sich eine solche Steuereinheit realisieren? Wenn ja, wie?