Heinrich-Heine-Universität
Marcus Zibrowius
Tobias Hemmert

Wintersemester 2015/16
7.1.2016

Topologie II
Blatt 10

---

35 | Torlos

Eine abelsche Gruppe A ist genau dann torsionsfrei, wenn $\mathrm{Tor}(A, \mathbb{Z}/p)$ für jede Primzahl p verschwindet.

Eine abelsche Gruppe A ist genau dann trivial, wenn $\mathrm{Tor}(A, \mathbb{Z}/p)$ für jede Primzahl p verschwindet und $A \otimes \mathbb{Q}$ trivial ist.

36 | Kleingedrucktes

Sei X ein topologischer Raum, dessen Homologiegruppen mit Koeffizienten in $\mathbb{Z}$ endlich erzeugt sind. Fixieren wir die Notation

$$H_n(X;\mathbb{Z}) \quad = \mathbb{Z}^{r_n} \oplus \bigoplus_{\substack{p \text{ prim} \\ k>0}} \left(\mathbb{Z}/p^k\right)^{r_n^{p^k}},$$

so gilt für die Homologie mit Koeffizienten in $\mathbb{Z}/p$ (p prim):

$$H_n(X;\mathbb{Z}/p) \cong (\mathbb{Z}/p)^r \quad \text{mit } r = r_n + \sum_{k>0} r_n^{p^k} + \sum_{k>0} r_{n-1}^{p^k}.$$

37 | Zwei kleine Flaschen

Sei K die Kleinsche Flasche. Welche Homologie hat $K \times K$ mit Koeffizienten in $\mathbb{Z}$, in $\mathbb{Z}/2$, in $\mathbb{Z}/3$ und in $\mathbb{Q}$?

38 | Körperwelten

Für die reduzierte Homologie eines topologischen Raumes X gilt:

$$\widetilde{H}_n(X;\mathbb{Z}) = 0 \text{ für alle } n \Leftrightarrow \begin{cases} \widetilde{H}_n(X;\mathbb{Q}) = 0 \quad \text{für alle } n \\ \text{und } \widetilde{H}_n(X;\mathbb{Z}/p) = 0 \text{ für alle } n \text{ und alle Primzahlen } p. \end{cases}$$

Um den Korrekturservice zu nutzen, versehen Sie Ihre Lösungen mit Ihrem Namen, heften Sie sie zusammen und geben Sie sie zu Beginn der nächsten Übung ab (14.1.2016, 8:30 Uhr in 25.22.U1.74).