

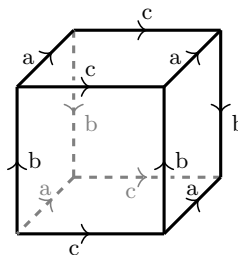
## Topologie II

### Blatt 9

---

#### 31 | Camera obscura I

In der unten abgebildeten Skizze ist ein **ausgefüllter** Würfel angedeutet. Es sei  $X$  der Raum, der entsteht, wenn gegenüberliegende Flächen des Würfels miteinander identifiziert werden. Die Pfeile deuten an, dass bei der Identifizierung der vorderen mit der hinteren Fläche eine Spiegelung zwischengeschaltet ist.



Der Raum  $X$  ist ein Zellkomplex. Wie sieht sein zellulärer Kettenkomplex aus?

#### 32 | Camera obscura II

Lässt sich dem Raum  $X$  aus der vorherigen Aufgabe auch die Struktur eines  $\Delta$ -Komplexes geben? Wie sieht dann der zugehörige simpliziale Kettenkomplex aus?

#### 33 | Camera obscura III

Künneth hat eine ganz eigene Idee zur Berechnung der Homologie des Raumes  $X$ .

#### 34 | Gekämmter Igel

Ein **stetiges Vektorfeld** auf  $S^n \subset \mathbb{R}^{n+1}$  ist eine stetige Abbildung  $f: S^n \rightarrow \mathbb{R}^{n+1}$ , so dass  $x \perp f(x)$  (also  $\langle x, f(x) \rangle = 0$ , wobei  $\langle -, - \rangle$  das gewöhnliche Skalarprodukt in  $\mathbb{R}^{n+1}$  bezeichnet) für alle  $x \in S^n$  gilt. Jedem Punkt der Sphäre wird also ein Tangentialvektor zu diesem Punkt in stetiger Weise zugeordnet. Ein triviales Beispiel ist die Nullabbildung.

Man gebe ein Vektorfeld auf  $S^{2n+1}$  an, das nirgendwo null ist.

Wenn es umgekehrt ein stetiges Vektorfeld auf  $S^n$  gibt, das nirgendwo null ist, dann lässt sich hieraus eine Homotopie von der Identität zur antipodalen Abbildung  $S^n \rightarrow S^n$  konstruieren. Hieraus folgt, dass für gerade  $n$  ein solches nichtverschwindendes Vektorfeld nicht existieren kann.