Heinrich-Heine-Universität
Marcus Zibrowius
Tobias Hemmert

Wintersemester 2015/16
10.12.2015

Topologie II
Blatt 8

---

27 | Maßnahme

Gibt es einen dreidimensionalen Zellkomplex X mit folgenden Homologiegruppen?

$$\begin{aligned} H_0(X) &= \mathbb{Z} \\ H_1(X) &= \mathbb{Z}/2 \\ H_2(X) &= 0 \\ H_3(X) &= \mathbb{Z}/2 \\ H_n(X) &= 0 \quad \text{für alle } n > 3 \end{aligned}$$

Gibt es einen vierdimensionalen Zellkomplex mit diesen Homologiegruppen?

28 | Verschwindungskomplex

Der simpliziale Kettenkomplex und auch der singuläre Kettenkomplex sind tatsächlich Komplexe: in beiden gilt $d^2 = 0$.

29 | Fressen oder gefressen werden

Schlägt man im Torus $S^1 \times S^1$ einen Teilraum $S^1 \vee S^1$ zu einem Punkt zusammen, so ist der Quotientenraum homöomorph zu S^2. Sei nun

$$q\colon S^1 \times S^1 \to S^2$$

diese Quotientenabbildung. Dann induziert q einen Isomorphismus auf H_2. Folglich ist q nicht homotop zu einer konstanten Abbildung. Andererseits lässt sich durch Betrachtung einer Überlagerung zeigen, dass jede Abbildung

$$S^1 \times S^1 \leftarrow S^2$$

homotop zu einer konstanten Abbildung ist.

30 | Exponentialgesetz

Sei R ein kommutativer Ring, und seien L, M und N Modulen über R. Dann ist auch die Menge $\mathrm{Hom}_R(M,N)$ der R-linearen Abbildungen von M nach N auf natürliche Weise wieder ein R-Modul. Ferner haben wir einen natürlichen Isomorphismus

$$\mathrm{Hom}_R(N \otimes_R M, L) \cong \mathrm{Hom}_R(N, \mathrm{Hom}_R(M, L)).$$

Um den Korrekturservice zu nutzen, versehen Sie Ihre Lösungen mit Ihrem Namen, heften Sie sie zusammen und geben Sie sie zu Beginn der nächsten Übung ab (17.12.2015, 8:30 Uhr in 25.22.U1.74).