Heinrich-Heine-Universität
Marcus Zibrowius
Tobias Hemmert

Wintersemester 2015/16
3.12.2015

Topologie II
Blatt 7

---

23 | Das Übliche

Die Abelinisierung einer Gruppe ist bis auf eindeutigen Isomorphismus eindeutig bestimmt: sind $G \to G^a$ und $G \to G^b$ zwei Abelinisierungen, so gibt es genau einen Isomorphismus $G^a \cong G^b$, sodass

$$\begin{tikzcd} & G \arrow[dl] \arrow[dr] & \\ G^a \arrow[rr, "\cong"] & & G^b \end{tikzcd}$$

kommutiert. Ist G abelsch, so ist die Identität $G \to G$ eine Abelinisierung.

24 | Kleinster gemeinsamer Mischmasch

Die Kommutatoruntergruppe $[G, G]$ einer beliebigen Gruppe ist eine normale Untergruppe. Insbesondere ist der in der Vorlesung betrachtete Quotient $G/[G, G]$ tatsächlich eine Gruppe. Ferner ist $[G, G]$ unter allen normale Untergruppen $N \lhd G$ die kleinste Untergruppe, für die der Quotient G/N abelsch ist: jede andere solche Untergruppe enthält notwendigerweise $[G, G]$.

Aus alledem folgt: die Quotientenabbildung $G \twoheadrightarrow G/[G, G]$ ist eine Abelinisierung.

25 | Vorbei und aus

Die Abelinisierung der freien Gruppe auf n Erzeugern ist die freie abelsche Gruppe auf n Erzeugern. Welche Abelinisierung hat die alternierende Gruppe A_n? Welche die symmetrische Gruppe S_n? Wie sieht es mit der Gruppe $\langle a, b \mid ab = b^2 a \rangle$ aus?

26 | Angeber

Hurewicz berechnet die erste Homologiegruppe der Kleinschen Flasche.

Um den Korrekturservice zu nutzen, versehen Sie Ihre Lösungen mit Ihrem Namen, heften Sie sie zusammen und geben Sie sie zu Beginn der nächsten Übung ab (10.12.2015, 8:30 Uhr in 25.22.U1.74).