

Topologie II Blatt 6

19 | Lokale Unabhängigkeit

Sei f eine Selbstabbildung der Sphäre S^n , und sei $y \in S^n$ ein Punkt mit endlicher Faser. Der lokale Abbildungsgrad von f in einem Urbild x von y hängt nicht von der Wahl der Umgebungen von x und y ab.

20 | Homotopieegalisateur

Zu je zwei Abbildungen $f, g: X \rightrightarrows Y$ gibt es einen „größten Quotienten“ $Y \rightarrow E_{f,g}$, für den die beiden Kompositionen $X \rightrightarrows Y \rightarrow E$ homotopieäquivalent werden. Genauer definieren wir den Homotopieegalisateur $E_{f,g}$ als folgendes Pushout:

$$\begin{array}{ccc} X \sqcup X & \xrightarrow{f \sqcup g} & Y \\ \downarrow i_0 \sqcup i_1 & & \downarrow \\ X \times I & \longrightarrow & E \end{array}$$

Wir erhalten $E_{f,g}$ also, indem wir in der disjunkten Summe $(X \times I) \sqcup Y$ jeweils $(x, 0)$ mit $f(x)$ und $(x, 1)$ mit $g(x)$ identifizieren. Das ist in Wahrheit natürlich gar kein Quotient von Y . Lässt sich die Formulierung „größter Quotient“ trotzdem mit Sinn füllen?

Die übernächste Aufgabe enthält einige anschauliche Beispiele für Homotopieegalisatoren.

21 | Lange egale Sequenz ...

Die Homologiegruppen des Homotopieegalisors $E_{f,g}$ aus der vorherigen Aufgabe bilden mit den Homologiegruppen von X und Y eine lange exakte Sequenz wie folgt:

$$\cdots \rightarrow H_n(X) \xrightarrow{f_* - g_*} H_n(Y) \rightarrow H_n(E_{f,g}) \rightarrow H_{n-1}(X) \rightarrow \cdots$$

22 | Abbildungszylinder

Sei f eine Selbstabbildung von X . Der Homotopieegalisateur von $f, \text{id}_X: X \rightrightarrows X$ heißt Abbildungszylinder von f . Welche Homologien haben die Abbildungszylinder der folgenden Abbildungen?

- | | |
|---|---|
| (a) die Identität $S^1 \rightarrow S^1$ | (d) die Identität $S^2 \rightarrow S^2$ |
| (b) eine Spiegelung $S^1 \rightarrow S^1$ | (e) eine Spiegelung $S^2 \rightarrow S^2$ |
| (c) eine Abbildung $S^1 \rightarrow S^1$ vom Grad 2 | (f) eine Abbildung $S^2 \rightarrow S^2$ vom Grad 2 |

Um den Korrekturservice zu nutzen, versehen Sie Ihre Lösungen mit Ihrem Namen, heften Sie sie zusammen und geben Sie sie zu Beginn der nächsten Übung ab (3.12.2015, 8:30 Uhr in 25.22.U1.74).