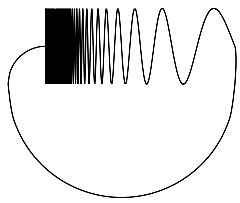
Heinrich-Heine-Universität
Marcus Zibrowius
Thor Wittich

Wintersemester 2019
18.12.2019

Topologie I
Warschauer Weihnachtskreis

★ Vorstellungsrunde

Der **Warschauer Kreis** W ist die abgeschlossene Teilmenge von $\mathbb{R}^2$, die besteht aus dem Graphen der auf $(0,1]$ definierten Funktion $x \mapsto \sin(\frac{\pi}{x})$, dem Abschnitt $[-1,1]$ der y-Achse, und einem Bogen, der das rechte Ende der Sinuskurve mit dem Ursprung verbindet:



Dieser Raum ist kompakt, hausdorffsch und wegzusammenhängend, aber nicht lokal wegzusammenhängend. Die Abbildung, die den Abschnitt der y-Achse zu einem einzigen Punkt zusammenschlägt, definiert eine Identifizierung $p\colon W \to S^1$.

★ Konkrete Fortschritte

Alle Homotopiegruppen $\pi_n(W)$ verschwinden.

Tipp: Eine mögliche Lösung besteht darin, zunächst zu zeigen, dass es keine stetige Abbildung von einem lokal wegzusammenhängenden kompakten Raum nach W gibt, die surjektiv auf die Sinuskurve abbildet. Das Bild einer solchen Abbildung liegt sogar stets außerhalb von $[-1,1]\times(0,\varepsilon)$ für ein $\varepsilon > 0$.

★ Unüberwindbare Hindernisse

Der Warschauer Kreis ist nicht zusammenziehbar.

Tipp: Ansonsten wäre die Identifizierung $p\colon W \to S^1$ homotop zu einer konstanten Abbildung. Die entsprechende Homotopie ließe sich durch die Überlagerung $\mathbb{R} \twoheadrightarrow S^1$ faktorisieren. In einem weiteren Schritt ließe sich aus ihr sogar eine Nullhomotopie der Identität auf S^1 gewinnen. ↯

★ Abschlusskommuniqué

Der Warschauer Kreis ist kein Zellkomplex. Wie sieht eine zelluläre Approximierung für W aus?

Abgabefrist: 08.01.2020, 10:30 Uhr. Dies ist ein Bonusblatt.