

Topologie I Blatt 7

25 | Gedrängel

In jeder beliebigen Kategorie gilt:

$$\text{Sind } \begin{array}{ccc} A & \longrightarrow & B \\ \downarrow & & \downarrow \\ A' & \longrightarrow & B' \end{array} \text{ und } \begin{array}{ccc} B & \longrightarrow & C \\ \downarrow & & \downarrow \\ B' & \longrightarrow & C' \end{array} \text{ Pushouts, ist auch } \begin{array}{ccccc} A & \longrightarrow & B & \longrightarrow & C \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ A' & \longrightarrow & B' & \longrightarrow & C' \end{array} \text{ ein Pushout.}$$

26 | Nadelöhr

Sei $E := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |y| \leq |x|\}$. Ist $\pi: E \rightarrow \mathbb{R}$, die Projektion auf die erste Koordinate, ein Faserbündel? Eine Faserung?

27 | Chamber of Lines II

Der **komplexe projektive Raum** $\mathbb{C}\mathbb{P}^n$ lässt sich unter anderem als einer der folgenden beiden Quotientenräume konstruieren.

- (a) Die Gruppe $\mathbb{C}^\times = (\mathbb{C} - 0, \cdot)$ operiert durch Multiplikation auf $\mathbb{C}^{n+1} - 0$.
Wir definieren $\mathbb{C}\mathbb{P}^n := (\mathbb{C}^{n+1} - 0) / \mathbb{C}^\times$.
- (b) Die Gruppe $S^1 = (\{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\}, \cdot)$ operiert durch Multiplikation auf $S^{2n+1} \subset \mathbb{C}^{n+1}$.
Wir definieren $\mathbb{C}\mathbb{P}^n := S^{2n+1} / S^1$.

Diese beiden Definitionen sind äquivalent. Als Menge lässt sich $\mathbb{C}\mathbb{P}^n$ kanonisch mit der Menge der Ursprungsgeraden in \mathbb{C}^{n+1} identifizieren. Als topologischer Raum ist $\mathbb{C}\mathbb{P}^n$ kompakt und Hausdorff.

28 | Doppelbündel

Es gibt ein Faserbündel $S^n \rightarrow \mathbb{R}\mathbb{P}^n$ mit Faser S^0 und ein Faserbündel $S^{2n+1} \rightarrow \mathbb{C}\mathbb{P}^n$ mit Faser S^1 .

$$\begin{array}{ccc} S^0 & \longrightarrow & S^n \\ & & \downarrow \\ & & \mathbb{R}\mathbb{P}^n \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} S^1 & \longrightarrow & S^{2n+1} \\ & & \downarrow \\ & & \mathbb{C}\mathbb{P}^n \end{array}$$