Heinrich-Heine-Universität
Marcus Zibrowius
Thor Wittich

Wintersemester 2019
23.10.2019

Topologie I
Blatt 3

---

9 | TÜV

Die in der Vorlesung konstruierten Pullbacks und Pushouts in den Kategorien

$\mathcal{S}ets$ (Mengen und Abbildungen),
$\mathcal{A}b$ (abelsche Gruppen und Gruppenhomomorphismen) und
$\mathcal{T}op$ (topologische Räume und stetige Abbildungen)

haben tatsächlich die verlangten universellen Eigenschaften.

10 | Gleichmacherei

Der **Egalisator** (auch: Differenzkern/Equalizer) zweier Morphismen f, g mit gleicher Quelle X und gleichem Ziel Y in einer Kategorie ist der Limes des Diagramms

$$X \underset{g}{\overset{f}{\rightrightarrows}} Y.$$

Wie sehen die Egalisatoren in den Kategorien aus der vorherigen Aufgabe aus?

11 | Kozoo

In $\mathcal{A}b$ und $\mathcal{V}ec_k$ stimmen endliche Produkte und Koprodukte überein. Gilt das auch für unendliche Produkte und Koprodukte?

★ Kreuzbandriss

Die Kategorie der abelschen Gruppen $\mathcal{A}b$ ist nicht äquivalent zur dualen Kategorie $\mathcal{A}b^{\mathrm{op}}$.

Tipp: In jeder Kategorie mit einem Nullobjekt gibt es kanonische Morphismen $\coprod_{i\in I} A_i \to \prod_{i\in I} A_i$. Vergleichen Sie deren Eigenschaften in $\mathcal{A}b$ und $\mathcal{A}b^{op}$.

12 | Rückzug in Klumpen

Die Unterraumtopologie lässt sich über ein Pullback definieren: Sei $\kappa\colon \mathcal{S}et \to \mathcal{T}op$ der Funktor, der eine Menge mit der Klumpentopologie ausstattet. Für eine beliebige Teilmenge A eines topologischen Raumes X ist ein Pullback des folgenden Diagramms gegeben durch die Menge A ausgestattet mit der Unterraumtopologie und den kanonischen Abbildungen $A \to \kappa A$, $A \to X$.

$$\begin{tikzcd} & X \arrow[d] \\ \kappa A \arrow[r, hook] & \kappa X \end{tikzcd}$$

Lässt sich die Quotiententopologie analog definieren?

Abgabefrist: 30.10.2019, 10:30 Uhr. Bitte werfen Sie Ihre Lösungen in den Briefkasten auf Ebene 25.22.00 ein.