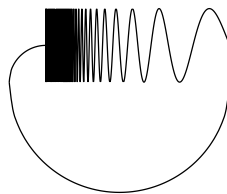


Topologie I

Warschauer Weihnachtskreis

★ Vorstellungsrunde

Der **Warschauer Kreis** W ist die abgeschlossene Teilmenge von \mathbb{R}^2 , die besteht aus dem Graphen der auf $(0, 1]$ definierten Funktion $x \mapsto \sin(\frac{\pi}{x})$, dem Abschnitt $[-1, 1]$ der y -Achse, und einem Bogen, der das rechte Ende der Sinuskurve mit dem Ursprung verbindet:



Dieser Raum ist kompakt, hausdorffsch und wegzusammenhängend, aber nicht lokal wegzusammenhängend. Die Abbildung, die den Abschnitt der y -Achse zu einem einzigen Punkt zusammenschlägt, definiert eine Identifizierung $p: W \rightarrow S^1$.

★ Konkrete Fortschritte

Alle Homotopiegruppen $\pi_n(W)$ verschwinden.

Tipp: Eine mögliche Lösung besteht darin, zunächst zu zeigen, dass es keine stetige Abbildung von einem lokal wegzusammenhängenden kompakten Raum nach W gibt, die surjektiv auf die Sinuskurve abbildet. Das Bild einer solchen Abbildung liegt sogar stets außerhalb von $[-1, 1] \times (0, \varepsilon)$ für ein $\varepsilon > 0$.

★ Unüberwindbare Hindernisse

Der Warschauer Kreis ist nicht zusammenziehbar.

Tipp: Ansonsten wäre die Identifizierung $p: W \rightarrow S^1$ homotop zu einer konstanten Abbildung. Die entsprechende Homotopie ließe sich durch die Überlagerung $\mathbb{R} \rightarrow S^1$ faktorisieren. In einem weiteren Schritt ließe sich aus ihr sogar eine Nullhomotopie der Identität auf S^1 gewinnen. ‡

★ Abschlusskommuniqué

Der Warschauer Kreis ist kein Zellkomplex. Wie sieht eine zelluläre Approximierung für W aus?