Heinrich-Heine-Universität
Marcus Zibrowius
Peter Arndt

Wintersemester 2017
09.01.2018

Topologie I
Blatt 11

---

41 | Haltlos

Ist Y n-zusammenhängend, so ist jede Abbildung von einem Zellkomplex der Dimension kleiner n nach Y homotop zur einer konstanten Abbildung.

42 | Kettenwetten

Homotopieäquivalenz von Kettenkomplexen ist eine Äquivalenzrelation.
Das Tensorprodukt zweier Kettenkomplexe ist wieder ein Kettenkomplex.

43 | Trockenübung

Welche Homologie haben die folgenden Kettenkomplexe? Der Eintrag ganz rechts habe in allen Fällen Grad Null. Links und rechts vom angegebenen Ausschnitt sind jeweils Nullen zu ergänzen.

$$
\begin{array}{ll}
C_\bullet(S^3): & 0 \longrightarrow \mathbb{Z} \longrightarrow 0 \longrightarrow 0 \longrightarrow \mathbb{Z} \\
C_\bullet(\mathbb{C}P^2): & \mathbb{Z} \longrightarrow 0 \longrightarrow \mathbb{Z} \longrightarrow 0 \longrightarrow \mathbb{Z} \\
C_\bullet(\mathbb{R}P^3): & 0 \longrightarrow \mathbb{Z} \xrightarrow{0} \mathbb{Z} \xrightarrow{2} \mathbb{Z} \xrightarrow{0} \mathbb{Z} \\
C_\bullet(\mathbb{R}P^4): & \mathbb{Z} \xrightarrow{2} \mathbb{Z} \xrightarrow{0} \mathbb{Z} \xrightarrow{2} \mathbb{Z} \xrightarrow{0} \mathbb{Z}
\end{array}
$$

44 | Origami

Die **Eulercharakteristik** eines endlichen Zellkomplexes X mit jeweils h^d Zellen der Dimension d ist gegeben durch

$$\chi(X) := \sum_{d\geq 0} (-1)^d h_d.$$

Welche Eulercharakteristiken ergeben sich für S^n, $\mathbb{R}P^n$, $\mathbb{C}P^n$ mit den (verschiedenen) in der Vorlesung eingeführten Zellstrukturen?

In der *Einführung in die Topologie* wurde jeder kompakten orientierbaren Fläche zur Berechnung ihrer Fundamentalgruppe eine Zellstruktur gegeben. Welche Eulercharakteristik hat eine kompakte orientierbare Fläche vom Geschlecht g bezüglich dieser Zellstruktur?

Tatsächlich hängt die Eulercharakteristik eines Zellkomplexes nicht von der gewählten Zellstruktur ab. Das ist (noch) nicht offensichtlich. Sie dürfen dennoch für den zweiten Aufgabenteil auch jede andere als die angegebene Zellstruktur verwenden.

Abgabefrist: 16.01.2018, 10:30 Uhr. Bitte werfen Sie Ihre Lösungen in Briefkasten 163 ein.